

5 Vergelijkingen en ongelijkheden

Voorkennis Lineaire en kwadratische vergelijkingen

Bladzijde 176

1 a $3x - 11 = 5(1 - x)$
 $3x - 11 = 5 - 5x$
 $3x + 5x = 5 + 11$
 $8x = 16$
 $x = 2$

b $3 - (x + 3) = 5 - 2x$
 $3 - x - 3 = 5 - 2x$
 $-x + 2x = 5$
 $x = 5$

c $2x = 5(1 - x) - 5$
 $2x = 5 - 5x - 5$
 $2x + 5x = 0$
 $7x = 0$
 $x = 0$

d $6 - 3(2x + 5) = 2(1 - x) - 9$
 $6 - 6x - 15 = 2 - 2x - 9$
 $-6x + 2x = 2 - 9 - 6 + 15$
 $-4x = 2$
 $x = -\frac{1}{2}$

Bladzijde 177

2 a $\frac{1}{3}x + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}x - 3$
 $6 \cdot \frac{1}{3}x + 6 \cdot \frac{1}{2} = 6 \cdot \frac{1}{2}x - 6 \cdot 3$
 $2x + 3 = 3x - 18$
 $2x - 3x = -18 - 3$
 $-x = -21$
 $x = 21$

b $1\frac{2}{3}x - 1 = \frac{1}{2}x + 6$
 $6 \cdot 1\frac{2}{3}x - 6 \cdot 1 = 6 \cdot \frac{1}{2}x + 6 \cdot 6$
 $10x - 6 = 3x + 36$
 $10x - 3x = 36 + 6$
 $7x = 42$
 $x = 6$

c $\frac{1}{4}(2x + 3) = \frac{1}{5}(x + 4)$
 $\frac{1}{2}x + \frac{3}{4} = \frac{1}{5}x + \frac{4}{5}$
 $20 \cdot \frac{1}{2}x + 20 \cdot \frac{3}{4} = 20 \cdot \frac{1}{5}x + 20 \cdot \frac{4}{5}$
 $10x + 15 = 4x + 16$
 $10x - 4x = 16 - 15$
 $6x = 1$
 $x = \frac{1}{6}$

d $3(x - 5) = 4(x + 2\frac{1}{3})$
 $3x - 15 = 4x + 9\frac{1}{3}$
 $3 \cdot 3x - 3 \cdot 15 = 3 \cdot 4x + 3 \cdot 9\frac{1}{3}$
 $9x - 45 = 12x + 28$
 $9x - 12x = 28 + 45$
 $-3x = 73$
 $x = -24\frac{1}{3}$

3 a $x^2 - 5x - 14 = 0$
 $(x + 2)(x - 7) = 0$
 $x = -2 \vee x = 7$

b $x^2 - 8x = 0$
 $x(x - 8) = 0$
 $x = 0 \vee x = 8$

c $(x + 5)^2 = 17$
 $x + 5 = \sqrt{17} \vee x + 5 = -\sqrt{17}$
 $x = -5 + \sqrt{17} \vee x = -5 - \sqrt{17}$

d $x^2 + 6x - 2 = 0$
 $(x + 3)^2 - 9 - 2 = 0$
 $(x + 3)^2 = 11$
 $x + 3 = \sqrt{11} \vee x + 3 = -\sqrt{11}$
 $x = -3 + \sqrt{11} \vee x = -3 - \sqrt{11}$

4 a $6x^2 - 18x = 60$
 $6x^2 - 18x - 60 = 0$
 $x^2 - 3x - 10 = 0$
 $(x + 2)(x - 5) = 0$
 $x = -2 \vee x = 5$

b $3x^2 - 72 = 0$
 $x^2 - 24 = 0$
 $x^2 = 24$
 $x = \sqrt{24} \vee x = -\sqrt{24}$
 $x \approx 4,90 \vee x \approx -4,90$

c $3x^2 = 7x$
 $3x^2 - 7x = 0$
 $x(3x - 7) = 0$
 $x = 0 \vee 3x = 7$
 $x = 0 \vee x \approx 2,33$

d $x^2 - 2x - 10 = 0$
 $(x - 1)^2 - 1 - 10 = 0$
 $(x - 1)^2 = 11$
 $x - 1 = \sqrt{11} \vee x - 1 = -\sqrt{11}$
 $x = 1 + \sqrt{11} \vee x = 1 - \sqrt{11}$
 $x \approx 4,32 \vee x \approx -2,32$

5.1 De abc-formule

Bladzijde 178

- 1 a** Nee dat lukt niet, want je kunt geen twee getallen vinden met product 2 en som -6.
- b** $x^2 - 6x + 2 = 0$
 $(x - 3)^2 - 9 + 2 = 0$
 $(x - 3)^2 = 7$
 $x - 3 = \sqrt{7} \vee x - 3 = -\sqrt{7}$
 $x = 3 + \sqrt{7} \vee x = 3 - \sqrt{7}$
- c** Ontbinden in factoren lukt niet en met kwadraatafsplitsen krijgt ze allemaal breuken.
- 2 a** $x^2 = 6x + 3$
 $x^2 - 6x - 3 = 0$
 $a = 1, b = -6$ en $c = -3$
- b** $x^2 - 5x = 2x - 7(1 + x)$
 $x^2 - 5x = 2x - 7 - 7x$
 $x^2 - 5x = -7 - 5x$
 $x^2 + 7 = 0$
 $a = 1, b = 0$ en $c = 7$

Bladzijde 179

- 3 a** $3x^2 - 7x + 2 = 0$
 $a = 3, b = -7$ en $c = 2$
 $D = (-7)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 25$
 $x = \frac{7 + \sqrt{25}}{6} \vee x = \frac{7 - \sqrt{25}}{6}$
 $x = \frac{7 + 5}{6} \vee x = \frac{7 - 5}{6}$
 $x = 2 \vee x = \frac{1}{3}$
- b** $5x^2 - x - 4 = 0$
 $a = 5, b = -1$ en $c = -4$
 $D = (-1)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-4) = 81$
 $x = \frac{1 + \sqrt{81}}{10} \vee x = \frac{1 - \sqrt{81}}{10}$
 $x = \frac{1 + 9}{10} \vee x = \frac{1 - 9}{10}$
 $x = 1 \vee x = -\frac{4}{5}$
- c** $10x^2 + 9x + 2 = 0$
 $a = 10, b = 9$ en $c = 2$
 $D = 9^2 - 4 \cdot 10 \cdot 2 = 1$
 $x = \frac{-9 + \sqrt{1}}{20} \vee x = \frac{-9 - \sqrt{1}}{20}$
 $x = \frac{-9 + 1}{20} \vee x = \frac{-9 - 1}{20}$
 $x = -\frac{2}{5} \vee x = -\frac{1}{2}$
- 4 a** $3x^2 + 3 = 10x$
 $3x^2 - 10x + 3 = 0$
 $a = 3, b = -10$ en $c = 3$
 $D = (-10)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 64$
 $x = \frac{10 + \sqrt{64}}{6} \vee x = \frac{10 - \sqrt{64}}{6}$
 $x = \frac{10 + 8}{6} \vee x = \frac{10 - 8}{6}$
 $x = 3 \vee x = \frac{1}{3}$
- d** $4x^2 + 5x + 1 = 0$
 $a = 4, b = 5$ en $c = 1$
 $D = 5^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 9$
 $x = \frac{-5 + \sqrt{9}}{8} \vee x = \frac{-5 - \sqrt{9}}{8}$
 $x = \frac{-5 + 3}{8} \vee x = \frac{-5 - 3}{8}$
 $x = -\frac{1}{4} \vee x = -1$
- e** $2x^2 + 3x - 5 = 0$
 $a = 2, b = 3$ en $c = -5$
 $D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 49$
 $x = \frac{-3 + \sqrt{49}}{4} \vee x = \frac{-3 - \sqrt{49}}{4}$
 $x = \frac{-3 + 7}{4} \vee x = \frac{-3 - 7}{4}$
 $x = 1 \vee x = -2\frac{1}{2}$
- f** $7x^2 - 5x - 2 = 0$
 $a = 7, b = -5$ en $c = -2$
 $D = (-5)^2 - 4 \cdot 7 \cdot (-2) = 81$
 $x = \frac{5 + \sqrt{81}}{14} \vee x = \frac{5 - \sqrt{81}}{14}$
 $x = \frac{5 + 9}{14} \vee x = \frac{5 - 9}{14}$
 $x = 1 \vee x = -\frac{2}{7}$
- b** $6x^2 + x = 2$
 $6x^2 + x - 2 = 0$
 $a = 6, b = 1$ en $c = -2$
 $D = 1^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-2) = 49$
 $x = \frac{-1 + \sqrt{49}}{12} \vee x = \frac{-1 - \sqrt{49}}{12}$
 $x = \frac{-1 + 7}{12} \vee x = \frac{-1 - 7}{12}$
 $x = \frac{1}{2} \vee x = -\frac{2}{3}$

c $4x^2 + 3 = 8x$
 $4x^2 - 8x + 3 = 0$
 $a = 4, b = -8 \text{ en } c = 3$
 $D = (-8)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = 16$
 $x = \frac{8 + \sqrt{16}}{8} \vee x = \frac{8 - \sqrt{16}}{8}$
 $x = \frac{8 + 4}{8} \vee x = \frac{8 - 4}{8}$
 $x = 1\frac{1}{2} \vee x = \frac{1}{2}$

d $7x = 2x^2 + 5$
 $-2x^2 + 7x - 5 = 0$
 $a = -2, b = 7 \text{ en } c = -5$
 $D = 7^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-5) = 9$
 $x = \frac{-7 + \sqrt{9}}{-4} \vee x = \frac{-7 - \sqrt{9}}{-4}$
 $x = \frac{-7 + 3}{-4} \vee x = \frac{-7 - 3}{-4}$
 $x = 1 \vee x = 2\frac{1}{2}$

e $9x - 4 = 5x^2$
 $-5x^2 + 9x - 4 = 0$
 $a = -5, b = 9 \text{ en } c = -4$
 $D = 9^2 - 4 \cdot (-5) \cdot (-4) = 1$
 $x = \frac{-9 + \sqrt{1}}{-10} \vee x = \frac{-9 - \sqrt{1}}{-10}$
 $x = \frac{-9 + 1}{-10} \vee x = \frac{-9 - 1}{-10}$
 $x = \frac{4}{5} \vee x = 1$

f $50x^2 + 1 = 15x$
 $50x^2 - 15x + 1 = 0$
 $a = 50, b = -15 \text{ en } c = 1$
 $D = (-15)^2 - 4 \cdot 50 \cdot 1 = 25$
 $x = \frac{15 + \sqrt{25}}{100} \vee x = \frac{15 - \sqrt{25}}{100}$
 $x = \frac{15 + 5}{100} \vee x = \frac{15 - 5}{100}$
 $x = \frac{1}{5} \vee x = \frac{1}{10}$

- 5 a** $5x^2 + 2x + 1 = 0$, dus $a = 5, b = 2 \text{ en } c = 1$.
 $D = 2^2 - 4 \cdot 5 \cdot 1 = -16$
b De vergelijking heeft geen oplossing omdat $\sqrt{-16}$ niet bestaat.
c $9x^2 + 6x + 1 = 0$, dus $a = 9, b = 6 \text{ en } c = 1$.
 $D = 6^2 - 4 \cdot 9 \cdot 1 = 0$
d De vergelijking heeft maar één oplossing omdat $\frac{-6 + \sqrt{0}}{18}$ en $\frac{-6 - \sqrt{0}}{18}$ gelijk zijn.

Bladzijde 180

- 6 a** $x^2 + 6x + 6 = 0$, dus $a = 1, b = 6 \text{ en } c = 6$.
 $D = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 12$
 $D > 0$, dus twee oplossingen.
b $\frac{1}{16}x^2 - 10x + 400 = 0$, dus $a = \frac{1}{16}, b = -10 \text{ en } c = 400$.
 $D = (-10)^2 - 4 \cdot \frac{1}{16} \cdot 400 = 0$
 $D = 0$, dus één oplossing.
c $-3x^2 + 5x - 4 = 0$, dus $a = -3, b = 5 \text{ en } c = -4$.
 $D = 5^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-4) = 25 - 48 = -23$
 $D < 0$, dus nul oplossingen.

7 a $2x^2 + 4x + 1 = 0$
 $a = 2, b = 4 \text{ en } c = 1$
 $D = 4^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 8$
 $x = \frac{-4 + \sqrt{8}}{4} \vee x = \frac{-4 - \sqrt{8}}{4}$
 $x \approx -0,29 \vee x \approx -1,71$
b $x^2 + x - 5 = 0$
 $a = 1, b = 1 \text{ en } c = -5$
 $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 21$
 $x = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2} \vee x = \frac{-1 - \sqrt{21}}{2}$
 $x \approx 1,79 \vee x \approx -2,79$
c $25x^2 + 20x + 1 = 0$
 $a = 25, b = 20 \text{ en } c = 1$
 $D = 20^2 - 4 \cdot 25 \cdot 1 = 300$
 $x = \frac{-20 + \sqrt{300}}{50} \vee x = \frac{-20 - \sqrt{300}}{50}$
 $x \approx -0,05 \vee x \approx -0,75$

d $3x^2 = 2x + 8$
 $3x^2 - 2x - 8 = 0$
 $a = 3, b = -2 \text{ en } c = -8$
 $D = (-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-8) = 100$
 $x = \frac{2 + \sqrt{100}}{6} \vee x = \frac{2 - \sqrt{100}}{6}$
 $x = 2 \vee x = -1\frac{1}{3}$
e $2x^2 + x + 5 = 0$
 $a = 2, b = 1 \text{ en } c = 5$
 $D = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5 = -39$
 $D < 0$, dus geen oplossing.
f $3x + 1 = 2x^2$
 $-2x^2 + 3x + 1 = 0$
 $a = -2, b = 3 \text{ en } c = 1$
 $D = 3^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 1 = 17$
 $x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{-4} \vee x = \frac{-3 - \sqrt{17}}{-4}$
 $x \approx -0,28 \vee x \approx 1,78$

8 a $-2x^2 + 5x = 2$
 $-2x^2 + 5x - 2 = 0$
 $a = -2, b = 5$ en $c = -2$
 $D = 5^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-2) = 9$
 $x = \frac{-5 + \sqrt{9}}{-4} \vee x = \frac{-5 - \sqrt{9}}{-4}$
 $x = \frac{-5 + 3}{-4} \vee x = \frac{-5 - 3}{-4}$
 $x = \frac{1}{2} \vee x = 2$

b $2x^2 + 6 = x$
 $2x^2 - x + 6 = 0$
 $a = 2, b = -1$ en $c = 6$
 $D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = -47$
 $D < 0$, dus geen oplossing

c $x(5x - 7) = -2$
 $5x^2 - 7x = -2$
 $5x^2 - 7x + 2 = 0$
 $a = 5, b = -7$ en $c = 2$
 $D = (-7)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 2 = 9$
 $x = \frac{7 + \sqrt{9}}{10} \vee x = \frac{7 - \sqrt{9}}{10}$
 $x = \frac{7 + 3}{10} \vee x = \frac{7 - 3}{10}$
 $x = 1 \vee x = \frac{2}{5}$

Bladzijde 181

9 a $2x^2 + 3x + 1 = 0$
 $a = 2, b = 3$ en $c = 1$
 $D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 1$
 $x = \frac{-3 + \sqrt{1}}{4} \vee x = \frac{-3 - \sqrt{1}}{4}$
 $x = \frac{-3 + 1}{4} \vee x = \frac{-3 - 1}{4}$
 $x = -\frac{1}{2} \vee x = -1$

b $2x^2 + 3x = 1$
 $2x^2 + 3x - 1 = 0$
 $a = 2, b = 3$ en $c = -1$
 $D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 17$
 $x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{4} \vee x = \frac{-3 - \sqrt{17}}{4}$
 $x \approx 0,28 \vee x \approx -1,78$

c $2x^2 + 3x + 2 = 0$
 $a = 2, b = 3$ en $c = 2$
 $D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = -7$
 $D < 0$, dus geen oplossing.

d $4x^2 + 1 = 4x$
 $4x^2 - 4x + 1 = 0$
 $a = 4, b = -4$ en $c = 1$
 $D = (-4)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 0$
 $x = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

e $4x(x - 7) + 45 = 0$
 $4x^2 - 28x + 45 = 0$
 $a = 4, b = -28$ en $c = 45$
 $D = (-28)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 45 = 64$
 $x = \frac{28 + \sqrt{64}}{8} \vee x = \frac{28 - \sqrt{64}}{8}$
 $x = \frac{28 + 8}{8} \vee x = \frac{28 - 8}{8}$
 $x = 4\frac{1}{2} \vee x = 2\frac{1}{2}$

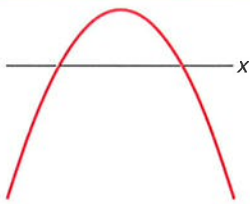
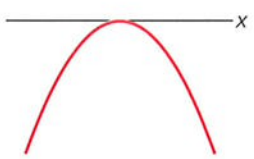
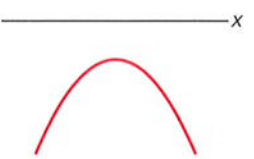
f $\frac{1}{3}x^2 - 6 = 2x$
 $\frac{1}{3}x^2 - 2x - 6 = 0$
 $x^2 - 6x - 18 = 0$
 $a = 1, b = -6$ en $c = -18$
 $D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-18) = 108$
 $x = \frac{6 + \sqrt{108}}{2} \vee x = \frac{6 - \sqrt{108}}{2}$
 $x \approx 8,20 \vee x \approx -2,20$

- 10 a** $x^2 - 2x + 2 = 0$
 $a = 1, b = -2$ en $c = 2$
 $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -4$
- b** De vergelijking $x^2 - 2x + 2 = 0$ heeft geen oplossing omdat $D < 0$.
 Je kunt dat zien in de figuur omdat de grafiek van $f(x) = x^2 - 2x + 2$ de x -as niet snijdt.
- c** $\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 = 0$
 $a = \frac{1}{2}, b = -2$ en $c = 2$
 $D = (-2)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 = 0$
- d** De vergelijking $\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 = 0$ heeft één oplossing omdat $D = 0$.
 Je kunt dat zien in de figuur omdat de grafiek van $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$ de x -as raakt.

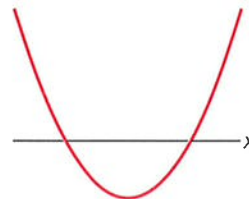
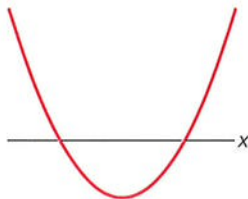
Bladzijde 182

- 11 a** $y = x^2 + 2x + 3$
 $a = 1, b = 2$ en $c = 3$
 $D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = -8$
 $D < 0$, dus geen snijpunten met de x -as.
- b** $y = -x^2 - x + 1$
 $a = -1, b = -1$ en $c = 1$
 $D = (-1)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 1 = 5$
 $D > 0$, dus twee snijpunten met de x -as.
- c** $y = x^2 + 9x + 20$
 $a = 1, b = 9$ en $c = 20$
 $D = 9^2 - 4 \cdot 1 \cdot 20 = 1$
 $D > 0$, dus twee snijpunten met de x -as.
- d** $y = 4x^2 - 4x + 1$
 $a = 4, b = -4$ en $c = 1$
 $D = (-4)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 0$
 $D = 0$, dus één snijpunt (raakpunt) met de x -as.

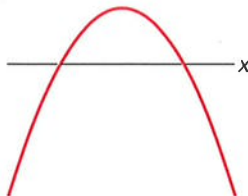
12 De parabool $y = ax^2 - bx + c$ met $a < 0$

$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
		
De parabool heeft twee snijpunten met de x -as.	De parabool heeft één snijpunt (raakpunt) met de x -as.	De parabool heeft geen snijpunt met de x -as.

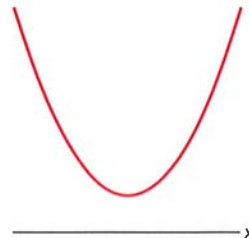
- 13 a** $y = 2x^2 + 3x - 4$
 $a = 2, b = 3$ en $c = -4$
 $D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-4) = 41$
 $D > 0$, dus twee snijpunten met de x -as.
 $a > 0$, dus de grafiek is een dalparabool.
- c** $y = x^2 + 2x$
 $a = 1, b = 2$ en $c = 0$
 $D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0 = 4$
 $D > 0$, dus twee snijpunten met de x -as.
 $a > 0$, dus de grafiek is een dalparabool.



- b** $y = -x^2 + 6x + 1$
 $a = -1, b = 6$ en $c = 1$
 $D = 6^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 1 = 40$
 $D > 0$, dus twee snijpunten met de x -as.
 $a < 0$, dus de grafiek is een bergparabool.



- d** $y = 8x^2 - x + 1$
 $a = 8, b = -1$ en $c = 1$
 $D = (-1)^2 - 4 \cdot 8 \cdot 1 = -31$
 $D < 0$, dus geen snijpunten met de x -as.
 $a > 0$, dus de grafiek is een dalparabool.



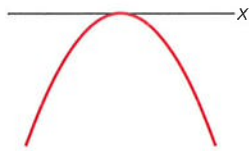
e $y = -4x^2 + 6x - 2\frac{1}{4}$

$$a = -4, b = 6 \text{ en } c = -2\frac{1}{4}$$

$$D = 6^2 - 4 \cdot -4 \cdot -2\frac{1}{4} = 0$$

$D = 0$, dus één snijpunt (raakpunt) met de x -as.

$a < 0$, dus de grafiek is een bergparabool.



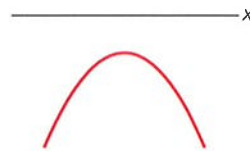
f $y = -x^2 - 2$

$$a = -1, b = 0 \text{ en } c = -2$$

$$D = 0^2 - 4 \cdot -1 \cdot -2 = -8$$

$D < 0$, dus geen snijpunten met de x -as.

$a < 0$, dus de grafiek is een bergparabool.



14 a $y = ax^2 + 6x + 2$

$$D = 6^2 - 4 \cdot a \cdot 2 = 36 - 8a$$

De parabool raakt de x -as dus $D = 0$.

$$36 - 8a = 0$$

$$-8a = -36$$

$$a = 4\frac{1}{2}$$

b $y = 9x^2 + bx + 4$

$$D = b^2 - 4 \cdot 9 \cdot 4 = b^2 - 144$$

De parabool raakt de x -as dus $D = 0$.

$$b^2 - 144 = 0$$

$$b^2 = 144$$

$$b = 12 \vee b = -12$$

5.2 Oplossingsmethoden

Bladzijde 183

15 a $x^2 - 16 = 0$ kun je herleiden tot de vorm $x^2 = c$.

Bij $x^2 - 16x = 0$ kun je het linkerlid ontbinden in factoren.

b Bij $x(x - 3) = 0$ kun je direct $A \cdot B = 0$ geeft $A = 0 \vee B = 0$ toepassen.

Bij $x(x - 3) = 10$ werk je eerst de haakjes weg.

16 a $\frac{2}{3}x^2 + 2x - 1 = 0$

$$a = \frac{2}{3}, b = 2 \text{ en } c = -1$$

$$D = 2^2 - 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot -1 = 6\frac{2}{3}$$

$$x = \frac{-2 + \sqrt{6\frac{2}{3}}}{1\frac{1}{3}} \vee x = \frac{-2 - \sqrt{6\frac{2}{3}}}{1\frac{1}{3}}$$

$$x \approx 0,44 \vee x \approx -3,44$$

b Ze krijgt de vergelijking $2x^2 + 6x - 3 = 0$.

c $2x^2 + 6x - 3 = 0$

$$a = 2, b = 6 \text{ en } c = -3$$

$$D = 6^2 - 4 \cdot 2 \cdot -3 = 60$$

$$x = \frac{-6 + \sqrt{60}}{4} \vee x = \frac{-6 - \sqrt{60}}{4}$$

$$x \approx 0,44 \vee x \approx -3,44$$

Je krijgt dezelfde oplossingen.

d *

Bladzijde 184

17 a $x^2 + 6x = 0$
 $x(x + 6) = 0$
 $x = 0 \vee x = -6$

b $x^2 + 6x = 7$
 $x^2 + 6x - 7 = 0$
 $(x - 1)(x + 7) = 0$
 $x = 1 \vee x = -7$

c $x^2 + 6x + 7 = 0$
 $a = 1, b = 6 \text{ en } c = 7$
 $D = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = 8$
 $x = \frac{-6 + \sqrt{8}}{2} \vee x = \frac{-6 - \sqrt{8}}{2}$
 $x \approx -1,59 \vee x \approx -4,41$

18 a $-x^2 + 3x + 1 = 0$
 $x^2 - 3x - 1 = 0$
 $a = 1, b = -3 \text{ en } c = -1$
 $D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot -1 = 13$
 $x = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \vee x = \frac{3 - \sqrt{13}}{2}$

b $4x^2 - 8x = 0$
 $4x(x - 2) = 0$
 $x = 0 \vee x = 2$

c $4x^2 + 4 = 8x$
 $4x^2 - 8x + 4 = 0$
 $x^2 - 2x + 1 = 0$
 $(x - 1)(x - 1) = 0$
 $x = 1$

19 a $(2x + 3)^2 = 36$
 $2x + 3 = 6 \vee 2x + 3 = -6$
 $2x = 3 \vee 2x = -9$
 $x = \frac{3}{2} \vee x = -\frac{9}{2}$

b $(7x + 8)(3x - 57) = 0$
 $7x + 8 = 0 \vee 3x - 57 = 0$
 $7x = -8 \vee 3x = 57$
 $x = -\frac{8}{7} \vee x = 19$

d $6x^2 + 36x = 96$
 $6x^2 + 36x - 96 = 0$
 $x^2 + 6x - 16 = 0$
 $(x - 2)(x + 8) = 0$
 $x = 2 \vee x = -8$

e $x^2 + 6 = 0$
 $x^2 = -6$
geen oplossing

f $-x^2 + 7x + 6 = 0$
 $x^2 - 7x - 6 = 0$
 $a = 1, b = -7 \text{ en } c = -6$
 $D = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot -6 = 73$
 $x = \frac{7 + \sqrt{73}}{2} \vee x = \frac{7 - \sqrt{73}}{2}$
 $x \approx 7,77 \vee x \approx -0,77$

d $3x - 1 = 2x^2$
 $-2x^2 + 3x - 1 = 0$
 $a = -2, b = 3 \text{ en } c = -1$
 $D = 3^2 - 4 \cdot -2 \cdot -1 = 1$
 $x = \frac{-3 + \sqrt{1}}{-4} \vee x = \frac{-3 - \sqrt{1}}{-4}$
 $x = \frac{-3 + 1}{-4} \vee x = \frac{-3 - 1}{-4}$
 $x = \frac{1}{2} \vee x = 1$

e $\frac{1}{2}x^2 + 5x = 12$
 $\frac{1}{2}x^2 + 5x - 12 = 0$
 $x^2 + 10x - 24 = 0$
 $(x - 2)(x + 12) = 0$
 $x = 2 \vee x = -12$

f $(x - 2)(x - 3) = 20$
 $x^2 - 3x - 2x + 6 = 20$
 $x^2 - 5x - 14 = 0$
 $(x + 2)(x - 7) = 0$
 $x = -2 \vee x = 7$

c $\frac{1}{15}x^2 + \frac{1}{5}x = \frac{1}{3}$
 $x^2 + 3x = 5$
 $x^2 + 3x - 5 = 0$
 $a = 1, b = 3 \text{ en } c = -5$
 $D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot -5 = 29$
 $x = \frac{-3 + \sqrt{29}}{2} \vee x = \frac{-3 - \sqrt{29}}{2}$
 $x \approx 1,19 \vee x \approx -4,19$

d $(x - 1)(3x + 7) = -3$
 $3x^2 + 7x - 3x - 7 = -3$
 $3x^2 + 4x - 4 = 0$
 $a = 3, b = 4 \text{ en } c = -4$
 $D = 4^2 - 4 \cdot 3 \cdot -4 = 64$
 $x = \frac{-4 + \sqrt{64}}{6} \vee x = \frac{-4 - \sqrt{64}}{6}$
 $x = \frac{-4 + 8}{6} \vee x = \frac{-4 - 8}{6}$
 $x = \frac{2}{3} \vee x = -2$

$$e \quad x(x-1) = \frac{1}{5} - \frac{4}{5}x$$

$$x^2 - x = \frac{1}{5} - \frac{4}{5}x$$

$$5x^2 - 5x = 1 - 4x$$

$$5x^2 - x - 1 = 0$$

$$a = 5, b = -1 \text{ en } c = -1$$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 5 \cdot -1 = 21$$

$$x = \frac{1 + \sqrt{21}}{10} \vee x = \frac{1 - \sqrt{21}}{10}$$

$$x \approx 0,56 \vee x \approx -0,36$$

$$f \quad (3x-1)^2 - (2x+1)^2 = 7$$

$$9x^2 - 6x + 1 - (4x^2 + 4x + 1) = 7$$

$$9x^2 - 6x + 1 - 4x^2 - 4x - 1 = 7$$

$$5x^2 - 10x - 7 = 0$$

$$a = 5, b = -10 \text{ en } c = -7$$

$$D = (-10)^2 - 4 \cdot 5 \cdot -7 = 240$$

$$x = \frac{10 + \sqrt{240}}{10} \vee x = \frac{10 - \sqrt{240}}{10}$$

$$x \approx 2,55 \vee x \approx -0,55$$

Bladzijde 185

20 a Zie de figuur hiernaast.

$$\text{opp I} = x \cdot x = x^2$$

$$\text{opp II} = 8 \cdot x = 8x$$

$$\text{opp III} = 18 \cdot x = 18x$$

$$\text{opp tegelpad} = 4 \cdot \text{opp I} + 2 \cdot \text{opp II} + 2 \cdot \text{opp III}$$

$$= 4 \cdot x^2 + 2 \cdot 8x + 2 \cdot 18x$$

$$= 4x^2 + 16x + 36x$$

$$= 4x^2 + 52x$$

$$b \quad \text{opp zwembad} = 18 \cdot 8 = 144 \text{ m}^2$$

$$\text{opp tegelpad} = \frac{5}{6} \cdot 144 = 120 \text{ m}^2$$

$$\text{Dus de vergelijking is } 4x^2 + 52x = 120.$$

$$c \quad 4x^2 + 52x = 120$$

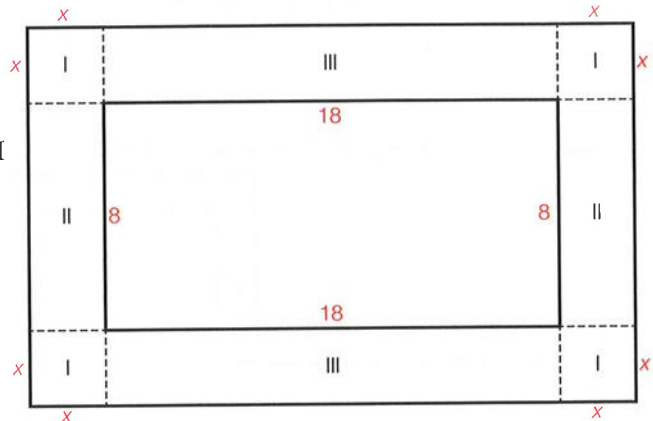
$$4x^2 + 52x - 120 = 0$$

$$x^2 + 13x - 30 = 0$$

$$(x-2)(x+15) = 0$$

$$x = 2 \vee x = -15$$

De oplossing $x = -15$ kan niet, dus de breedte van het pad is 2 meter.



21 Zie de figuur hiernaast.

$$\text{opp I} = 18 \cdot x = 18x$$

$$\text{opp II} = 2x(10 - 2x)$$

$$\text{opp III} = 18 \cdot x = 18x$$

De oppervlakte van de bloemperken is

$$18x + 2x(10 - 2x) + 18x = 18x + 20x - 4x^2 + 18x = -4x^2 + 56x.$$

$$\text{De oppervlakte is ook } \frac{5}{12} \cdot 10 \cdot 18 = 75.$$

$$-4x^2 + 56x = 75$$

$$-4x^2 + 56x - 75 = 0$$

$$a = -4, b = 56 \text{ en } c = -75$$

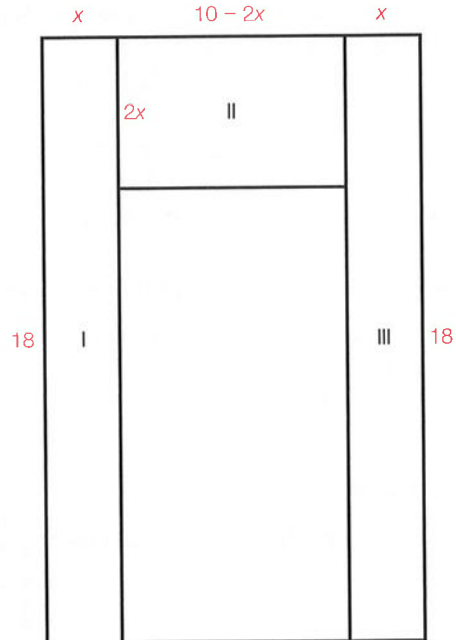
$$D = 56^2 - 4 \cdot -4 \cdot -75 = 1936$$

$$x = \frac{-56 + \sqrt{1936}}{-8} \vee x = \frac{-56 - \sqrt{1936}}{-8}$$

$$x = 1\frac{1}{2} \vee x = 12\frac{1}{2}$$

De oplossing $x = 12\frac{1}{2}$ kan niet, dus $x = 1\frac{1}{2}$.

De afmetingen van het grasveld zijn $18 - 2x$ bij $10 - 2x$ meter, dus 15 bij 7 meter.



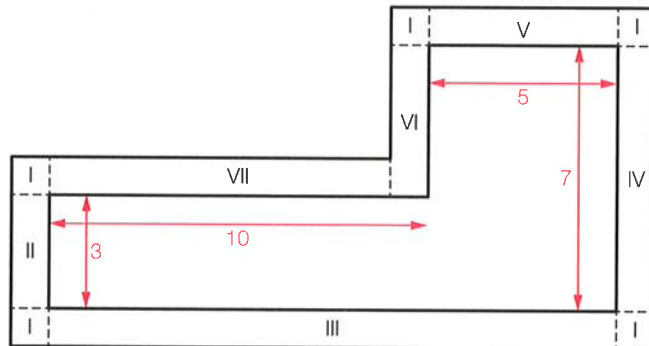
- 22 Stel $AB = x$, dan is $BC = 2x$ en $AC = x + 4$.
In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90^\circ$, dus $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

$$\begin{aligned}\text{Dit geeft } (x+4)^2 &= x^2 + (2x)^2 \\ x^2 + 8x + 16 &= x^2 + 4x^2 \\ -4x^2 + 8x + 16 &= 0 \\ x^2 - 2x - 4 &= 0 \\ a &= 1, b = -2 \text{ en } c = -4 \\ D &= (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot -4 = 20 \\ x &= \frac{2 + \sqrt{20}}{2} \vee x = \frac{2 - \sqrt{20}}{2}\end{aligned}$$

$$\frac{2 - \sqrt{20}}{2} < 0, \text{ dus deze oplossing kan niet.}$$

$$\text{Dus } AB = \frac{2 + \sqrt{20}}{2}.$$

- 23 Zie de schets hieronder. Het pad is overal even breed.



Stel de breedte van het pad x meter. Dan is opp I = x^2 , opp II = $3x$, opp III = $15x$, opp IV = $7x$, opp V = $5x$, opp VI = $4x$ en opp VII = $10x - x^2$.

$$\text{opp tegelpad} = 5 \cdot x^2 + 3x + 15x + 7x + 5x + 4x + 10x - x^2 = 4x^2 + 44x$$

De oppervlakte van het tegelpad is 104 m^2 .

$$\begin{aligned}\text{Hieruit volgt } 4x^2 + 44x &= 104 \\ 4x^2 + 44x - 104 &= 0 \\ x^2 + 11x - 26 &= 0 \\ (x - 2)(x + 13) &= 0 \\ x &= 2 \vee x = -13\end{aligned}$$

De oplossing $x = -13$ kan niet, dus de breedte van het pad is 2 meter.

- 24 Van een klein rechthoekig stuk is de oppervlakte $\frac{6912}{6} = 1152 \text{ m}^2$.

Stel de lengte van een klein rechthoekig stuk x meter en de breedte y meter.

$$\text{Dan geldt } 8x + 9y = 576$$

$$9y = -8x + 576$$

$$y = -\frac{8}{9}x + 64$$

Ook geldt $xy = 1152$.

$$\text{Uit } y = -\frac{8}{9}x + 64 \text{ en } xy = 1152 \text{ volgt } x(-\frac{8}{9}x + 64) = 1152$$

$$-\frac{8}{9}x^2 + 64x = 1152$$

$$-\frac{8}{9}x^2 + 64x - 1152 = 0$$

$$-8x^2 + 576x - 10368 = 0$$

$$x^2 - 72x + 1296 = 0$$

$$(x - 36)(x - 36) = 0$$

$$x = 36$$

$$x = 36 \text{ geeft } y = -\frac{8}{9} \cdot 36 + 64 = 32$$

Dus van een klein rechthoekig stuk is de lengte 36 meter en de breedte 32 meter.

5.3 Lineaire ongelijkheden

Bladzijde 186

- 25** **a** Er mogen 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 of 8 personen in de lift.
b Een team moet 7, 8, 9, 10 of 11 spelers op het veld hebben staan.

- 26**

a $x \leq 8$ b $x > 8$	c $x < 8$ d $x \geq 8$	e $x \leq 8$ f $x \geq 8$
---	---	--

27 a $2,50x + 10,50 = 3,75x + 5,50$
 $2,50x - 3,75x = 5,50 - 10,50$
 $-1,25x = -5$
 $x = 4$

De bedrijven zijn even duur bij 4 dagen huren.

- b** Bij FietsenMaar betaalt hij $2,50 \cdot 5 + 10,50 = 23$ euro.
Bij CheapBikes betaalt hij $3,75 \cdot 5 + 5,50 = 24,25$ euro.
Dus FietsenMaar is voor hem het voordeligste.
- c** CheapBikes is voordeliger bij minder dan 4 dagen huren.

Bladzijde 187

28 a $5x - 10 < 4x + 6$
 $5x - 4x < 6 + 10$
 $x < 16$

$$\begin{aligned}\mathbf{b} \quad & 4q \geq 3(7 + q) \\ & 4q \geq 21 + 3q \\ & 4q - 3q \geq 21 \\ & q \geq 21\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{c} \quad & 4(x-1) > 5-3(2-x) \\ & 4x-4 > 5-6+3x \\ & 4x-3x > 5-6+4 \\ & x > 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{d} \quad & 2(a+5) < a-100 \\ & 2a+10 < a-100 \\ & 2a-a < -100-10 \\ & a < -110 \end{aligned}$$

29 a $2 < 3$ klopt
b $2 < -3$ klopt niet
c $-3 < -2$ klopt
d $3 < 2$ klopt niet

Bladzijde 188

30

- a** $3x < 18$ geeft $x < 6$
- b** $-4x > 12$ geeft $x < -3$
- c** $-2x \leq 26$ geeft $x \geq -13$
- d** $\frac{1}{3}x \geq -6$ geeft $x \geq -18$
- e** $-8x < -8$ geeft $x > 1$
- f** $-6x \leq 0$ geeft $x \geq 0$
- g** $-\frac{1}{2}x > 6$ geeft $x < -12$
- h** $-x < 0$ geeft $x > 0$
- i** $-x > -4$ geeft $x < 4$

31 a $\frac{1}{5}x - 1 \leq \frac{1}{2}x - \frac{1}{10}$
 $2x - 10 \leq 5x - 1$
 $2x - 5x \leq -1 + 10$
 $-3x \leq 9$
 $x \geq -3$

$$\begin{aligned}\mathbf{b} \quad & 3(x-2) < 3(x-1) - 2x \\ & 3x - 6 < 3x - 3 - 2x \\ & 3x - 3x + 2x < -3 + 6 \\ & 2x < 3 \\ & x < 1\frac{1}{2}\end{aligned}$$

32 a $3x + 5 < 5x + 11$
 $3x - 5x < 11 - 5$
 $-2x < 6$
 $x > -3$

b $4x \leq 2x - 6$
 $4x - 2x \leq -6$
 $2x \leq -6$
 $x \leq -3$

33 a $4x > 5x - 7$
 $4x - 5x > -7$
 $-x > -7$
 $x < 7$

b $5(t - 3) \geq 5 - 3t$
 $5t - 15 \geq 5 - 3t$
 $5t + 3t \geq 5 + 15$
 $8t \geq 20$
 $t \geq 2\frac{1}{2}$

34 a $5(x - 2) > 10(x - 1)$
 $5x - 10 > 10x - 10$
 $5x - 10x > -10 + 10$
 $-5x > 0$
 $x < 0$

b $3(x - 1) \geq 5(x - 2)$
 $3x - 3 \geq 5x - 10$
 $3x - 5x \geq -10 + 3$
 $-2x \geq -7$
 $x \leq 3\frac{1}{2}$

c $-0,2x + 22 \leq 2x$
 $-0,2x - 2x \leq -22$
 $-2,2x \leq -22$
 $x \geq 10$

d $-3(p - 2) \geq 9 - 3(1 - p)$
 $-3p + 6 \geq 9 - 3 + 3p$
 $-3p - 3p \geq 9 - 3 - 6$
 $-6p \geq 0$
 $p \leq 0$

c $-\frac{1}{3}x - 1 > \frac{1}{2}x$
 $-2x - 6 > 3x$
 $-2x - 3x > 6$
 $-5x > 6$
 $x < -1\frac{1}{5}$

d $5 - 2(p - 1) \leq 8 - p$
 $5 - 2p + 2 \leq 8 - p$
 $-2p + p \leq 8 - 5 - 2$
 $-p \leq 1$
 $p \geq -1$

c $5 - 2(x - 1) \leq -(x + 2)$
 $5 - 2x + 2 \leq -x - 2$
 $-2x + x \leq -2 - 5 - 2$
 $-x \leq -9$
 $x \geq 9$

d $\frac{3}{4}p - \frac{1}{2}(4p - 2) > -\frac{3}{8}p$
 $\frac{3}{4}p - 2p + 1 > -\frac{3}{8}p$
 $6p - 16p + 8 > -3p$
 $6p - 16p + 3p > -8$
 $-7p > -8$
 $p < 1\frac{1}{7}$

Bladzijde 189

35 a $1 \text{ L} = 1000 \text{ mL}$
 Bij de gegevens hoort de ongelijkheid $200 + 5x \leq 1000$.

b $200 + 5x \leq 1000$
 $5x \leq 1000 - 200$
 $5x \leq 800$
 $x \leq 160$

c Er gaat hoogstens 160 mL water in een glas.

36 a $0,32x + 49 < 0,24x + 55$
 $0,32x - 0,24x < 55 - 49$
 $0,08x < 6$
 $x < 75$
 GreenCar is voordeliger bij minder dan 75 km rijden.

b $0,24x + 55 < 0,32x + 49 - 10$
 $0,24x - 0,32x < 49 - 10 - 55$
 $-0,08x < -16$
 $x > 200$
 AutoShare is minstens 10 euro goedkoper dan GreenCar bij meer dan 200 km rijden.

- 37** a $0x$ is 0 en dat is kleiner dan 6, welk getal je voor x ook kiest.
Dus elk getal is oplossing van de ongelijkheid $2(x - 3) + 5x < 7x$.
- b $0x < -6$ geeft $0 < -6$ en dat klopt voor geen enkele waarde van x , dus er is geen oplossing.
 $0x > -6$ geeft $0 > -6$ en dat klopt voor elke waarde van x , dus er zijn oneindig veel oplossingen.
 $0x \geq 0$ geeft $0 \geq 0$ en dat klopt voor elke waarde van x , dus er zijn oneindig veel oplossingen.
 $0x < 0$ geeft $0 < 0$ en dat klopt voor geen enkele waarde van x , dus er is geen oplossing.

$$2(x - 8) - 3x < 10 - x$$

$$2x - 16 - 3x < 10 - x$$

$$2x - 3x + x < 10 + 16$$

$$0x < 26$$

Dit klopt voor elke waarde van x , dus er zijn oneindig veel oplossingen.

$$5(2x - 1) + 5 \leq 10x$$

$$10x - 5 + 5 \leq 10x$$

$$10x - 10x \leq 5 - 5$$

$$0x \leq 0$$

Dit klopt voor elke waarde van x , dus er zijn oneindig veel oplossingen.

c $2(x + 7) + 3x < 5x + p$

$$2x + 14 + 3x < 5x + p$$

$$2x + 3x - 5x < p - 14$$

$$0x < p - 14$$

Kies je voor p het getal 14, dan staat er $0x < 0$ en dat klopt voor geen enkele waarde van x .

Kies je voor p een getal kleiner dan 14, dan staat er $0x < \text{een negatief getal}$ en dat klopt voor geen enkele waarde van x .

Dus voor $p \leq 14$ krijg je een ongelijkheid die geen oplossing heeft.

d Kies je voor p een getal groter dan 14, dan staat er $0x < \text{een positief getal}$ en dit klopt voor elke waarde van x .

Dus voor $p > 14$ krijg je een ongelijkheid waarvan elk getal een oplossing is.

e $-3(x + 4) - 2x < 3 - 5x + p$

$$-3x - 12 - 2x < 3 - 5x + p$$

$$-3x - 2x + 5x < 3 + p + 12$$

$$0x < 15 + p$$

Kies je voor p het getal -15, dan staat er $0x < 0$ en dat klopt voor geen enkele waarde van x .

Kies je voor p een getal kleiner dan -15, dan staat er $0x < \text{negatief getal}$ en dat klopt voor geen enkele waarde van x .

Dus voor $p \leq -15$ krijg je een ongelijkheid die geen oplossing heeft.

- 38** a Uit $a < b$ en $b < c$ volgt $a < c$.
- b Uit $a > b$ en $c < b$ volgt $a > c$.
- c Kies bijvoorbeeld $a = 5$, $b = 0$ en $c = 5$.
Dan geldt $a > b$, $b < c$ en $a = c$.
Dus het invullen van $<$ of $>$ is niet mogelijk.
- d Uit $a > b$ en $c < 0$ volgt $ac < bc$.
- e Uit $a < b$ en $a = c$ volgt $b > c$.
- f Uit $a > b$ en $c < 0$ volgt $a - c > b - c$.

5.4 Ongelijkheden en grafieken

Bladzijde 190

- 39** a Een periode met hoge inspanning duurt 60 seconden.
- b De tweede periode van inspanning begint na 240 seconden en eindigt na 300 seconden.
- c Tussen $t = 96$ en $t = 162$ en tussen $t = 276$ en $t = 342$ is de frequentie meer dan 130.

Bladzijde 191

- 40** a $-1 < x < 3$
- b $x < -5 \vee x > 4$

- 41 a Van 12 uur tot 16 uur was het buiten warmer dan binnen.
 b Om 9:30 uur is het binnen vier graden warmer dan buiten.
 c Van 8 tot 11 uur en van 18 tot 20 uur is het temperatuurverschil tussen binnen en buiten meer dan $1,5^\circ\text{C}$. Dat is dus gedurende 5 uur.

Bladzijde 192

- 42 a $g(5) = 4$
 b $f(0) = 4, g(0) = 8, f(1) = 6, g(1) = 6, f(2) = 8, g(2) = 4$
 c Bij $x = 2$ ligt de grafiek van f boven de grafiek van g , dus $f(2) > g(2)$.
 Bij $x = 4$ ligt de grafiek van f boven de grafiek van g , dus $f(4) > g(4)$.
 Bij $x = 7$ ligt de grafiek van f onder de grafiek van g , dus $f(7) < g(7)$.
 d $x = 4$ is een oplossing van de ongelijkheid $f(x) > g(x)$ omdat bij $x = 4$ de grafiek van f boven de grafiek van g ligt.
 e $x = 3$ is een oplossing van $f(x) > g(x)$.
 $x = 8$ is geen oplossing van $f(x) > g(x)$.
 f De getallen tussen 1 en 6 zijn de oplossingen van $f(x) > g(x)$.
 Notatie: $1 < x < 6$.

Bladzijde 194

- 43 a $f(x) = g(x)$ geeft $x = 1 \vee x = 6$
- 

$f(x) < g(x)$ geeft $x < 1 \vee x > 6$

- b $h(x) = k(x)$ geeft $x = -1 \vee x = 5$
- 

$h(x) > k(x)$ geeft $-1 < x < 5$

- c $l(x) = m(x)$ geeft $x = 0 \vee x = 5$
- 

$l(x) > m(x)$ geeft $x < 0 \vee x > 5$

- 44 a $h(x) = 3$ geeft $x = 0 \vee x = 6$
- 

$h(x) > 3$ geeft $0 < x < 6$

- b $k(x) = -1$ geeft $x = -2 \vee x = 5$
- 

$k(x) < -1$ geeft $x < -2 \vee x > 5$

- c $l(x) = 2$ geeft $x = 2 \vee x = 7$
- 

$l(x) < 2$ geeft $2 < x < 7$

- 45 a $f(x) = g(x)$ geeft $x = 1 \vee x = 6$
- 

$f(x) < g(x)$ geeft $x < 1 \vee x > 6$

- b $f(x) = 3$ geeft $x = 0 \vee x = 6$
- 

$f(x) > 3$ geeft $0 < x < 6$

- c $h(x) = k(x)$ geeft $x = -4 \vee x = 2$
- 

$h(x) > k(x)$ geeft $-4 < x < 2$

d $h(x) = 1$ geeft $x = -1$



$h(x) > 1$ geeft $x > -1$

e $l(x) = m(x)$ geeft $x = 0 \vee x = 5$



$l(x) < m(x)$ geeft $0 < x < 5$

f $m(x) = 0$ geeft $x = 6$



$m(x) < 0$ geeft $x > 6$

5.5 Kwadratische ongelijkheden

Bladzijde 195

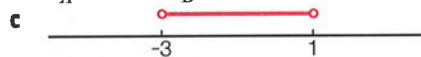
46 a $x^2 = -2x + 3$

$x^2 + 2x - 3 = 0$

$(x - 1)(x + 3) = 0$

$x = 1 \vee x = -3$

b $x_A = -3$ en $x_B = 1$



$f(x) < g(x)$ geeft $-3 < x < 1$

Bladzijde 196

47 a $-x^2 + 2x + 4 = x - 2$

$-x^2 + x + 6 = 0$

$x^2 - x - 6 = 0$

$(x + 2)(x - 3) = 0$

$x = -2 \vee x = 3$

Uit de figuur volgt



$-x^2 + 2x + 4 > x - 2$ geeft $-2 < x < 3$

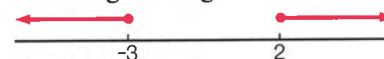
b $x^2 - 5 = -x + 1$

$x^2 + x - 6 = 0$

$(x - 2)(x + 3) = 0$

$x = 2 \vee x = -3$

Uit de figuur volgt



$x^2 - 5 > -x + 1$ geeft $x < -3 \vee x > 2$

c $x^2 - 2 = -x^2 + 4x + 4$

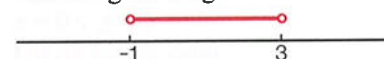
$2x^2 - 4x - 6 = 0$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$(x + 1)(x - 3) = 0$

$x = -1 \vee x = 3$

Uit de figuur volgt



$x^2 - 2 < -x^2 + 4x + 4$ geeft $-1 < x < 3$

Bladzijde 197

48 a $\frac{1}{2}x^2 - 1 = x + 3$

$\frac{1}{2}x^2 - x - 4 = 0$

$x^2 - 2x - 8 = 0$

$(x + 2)(x - 4) = 0$

$x = -2 \vee x = 4$

Uit de figuur volgt



$\frac{1}{2}x^2 - 1 < x + 3$ geeft $-2 < x < 4$

b $\frac{1}{2}x^2 - 2x = 6$

$\frac{1}{2}x^2 - 2x - 6 = 0$

$x^2 - 4x - 12 = 0$

$(x + 2)(x - 6) = 0$

$x = -2 \vee x = 6$

Uit de figuur volgt



$\frac{1}{2}x^2 - 2x \leq 6$ geeft $-2 \leq x \leq 6$

c $-\frac{1}{4}x^2 + 1\frac{1}{2} = -\frac{3}{4}x - 1$

$-\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + 2\frac{1}{2} = 0$

$x^2 - 3x - 10 = 0$

$(x + 2)(x - 5) = 0$

$x = -2 \vee x = 5$

Uit de figuur volgt



$-\frac{1}{4}x^2 + 1\frac{1}{2} < -\frac{3}{4}x - 1$ geeft $x < -2 \vee x > 5$

49 a $x^2 = 9$

$x = 3 \vee x = -3$

Uit de figuur volgt



$x^2 > 9$ geeft $x < -3 \vee x > 3$

b $x^2 - 5x = x^2 - 10$

$-5x = -10$

$x = 2$

Uit de figuur volgt



$x^2 - 5x > x^2 - 10$ geeft $x < 2$

c $-\frac{1}{2}x^2 + 2x = \frac{1}{2}x^2 - 3$

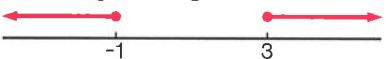
$-x^2 + 2x + 3 = 0$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$(x + 1)(x - 3) = 0$

$x = -1 \vee x = 3$

Uit de figuur volgt



$-\frac{1}{2}x^2 + 2x \leq \frac{1}{2}x^2 - 3$ geeft $x \leq -1 \vee x \geq 3$

- 50 a $0,005v^2 - 0,8v + 36 = 6$
 $0,005v^2 - 0,8v + 30 = 0$
 $v^2 - 160v + 6000 = 0$
 $(v - 60)(v - 100) = 0$
 $v = 60 \vee v = 100$
 Uit de figuur volgt



$$0,005v^2 - 0,8v + 36 < 6 \text{ geeft } 60 < v < 100$$

Bij snelheden tussen 60 en 100 km per uur is het benzineverbruik minder dan 6 liter per 100 km.

b $v_{\text{top}} = -\frac{-0,8}{2 \cdot 0,005} = 80$

Het benzineverbruik is minimaal bij een snelheid van 80 km per uur.

c $v = 80$ geeft $B = 0,005 \cdot 80^2 - 0,8 \cdot 80 + 36 = 4$.

Dus bij een snelheid van 80 km per uur kan de auto 100 km rijden met 4 liter benzine.

Op één liter benzine rijdt de auto dus maximaal 25 km.

- 51 Er wordt winst gemaakt als $R > K$, dus als $-0,02q^2 + 40q > 16q + 238$.

$$-0,02q^2 + 40q = 16q + 238$$

$$-0,02q^2 + 24q - 238 = 0$$

$$q^2 - 1200q + 11900 = 0$$

$$(q - 10)(q - 1190) = 0$$

$$q = 10 \vee q = 1190$$

Uit de figuur volgt



$$-0,02q^2 + 40q > 16q + 238 \text{ geeft } 10 < q < 1190$$

Dus bij 11 tot en met 1189 verkochte artikelen maakt het bedrijf winst.

Bladzijde 198

- 52 a $f(-3) = (-3)^2 - 4 \cdot -3 + 3 = 24$, dus $f(-3) > 0$.
 $f(0) = 0 - 0 + 3 = 3$, dus $f(0) > 0$.
 $f(1) = 1^2 - 4 \cdot 1 + 3 = 0$, dus $f(1) = 0$.
 $f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = -1$, dus $f(2) < 0$.
 $f(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 + 3 = 0$, dus $f(3) = 0$.
 $f(5) = 5^2 - 4 \cdot 5 + 3 = 8$, dus $f(5) > 0$.

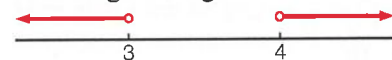
b Bij $f(x) > 0$ hoort het gedeelte van de grafiek dat boven de x -as ligt.

Bij $f(x) < 0$ hoort het gedeelte van de grafiek dat onder de x -as ligt.

Bladzijde 199

- 53 a $-x^2 + 7x - 12 = 0$
 $x^2 - 7x + 12 = 0$
 $(x - 3)(x - 4) = 0$
 $x = 3 \vee x = 4$

Uit de figuur volgt



$$-x^2 + 7x - 12 < 0 \text{ geeft } x < 3 \vee x > 4$$

- b $x^2 - 3x = 0$
 $x(x - 3) = 0$
 $x = 0 \vee x = 3$

Uit de figuur volgt



$$x^2 - 3x \leq 0 \text{ geeft } 0 \leq x \leq 3$$

c $-\frac{1}{2}(x+2)(x-5) = 0$

$x = -2 \vee x = 5$

Uit de figuur volgt



$-\frac{1}{2}(x+2)(x-5) > 0$ geeft $-2 < x < 5$

54 a $1\frac{1}{3}x(x-5) = 0$

$x = 0 \vee x = 5$

Uit de figuur volgt

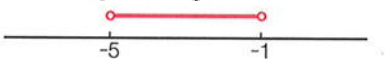


$1\frac{1}{3}x(x-5) \geq 0$ geeft $x \leq 0 \vee x \geq 5$

b $-\frac{1}{4}(x+1)(x+5) = 0$

$x = -1 \vee x = -5$

Uit de figuur volgt



$-\frac{1}{4}(x+1)(x+5) > 0$ geeft $-5 < x < -1$

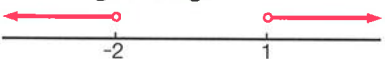
c $-x^2 - x + 2 = 0$

$x^2 + x - 2 = 0$

$(x-1)(x+2) = 0$

$x = 1 \vee x = -2$

Uit de figuur volgt



$-x^2 - x + 2 < 0$ geeft $x < -2 \vee x > 1$

55 a Hierbij hoort de ongelijkheid $0,25t^2 - 2,6t + 1 < 0$.

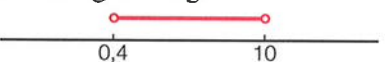
$0,25t^2 - 2,6t + 1 = 0$

$t^2 - 10,4t + 4 = 0$

$(t-0,4)(t-10) = 0$

$t = 0,4 \vee t = 10$

Uit de figuur volgt



$0,25t^2 - 2,6t + 1 < 0$ geeft $0,4 < t < 10$

b Het vriest $10 - 0,4 = 9,6$ uur, dus 9 uur en 36 minuten.

c De laagste temperatuur wordt bereikt op $t_{\text{top}} = -\frac{-2,6}{2 \cdot 0,25} = 5,2$.

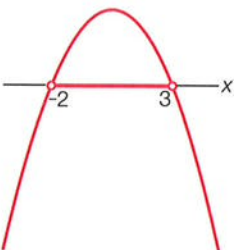
$t = 5,2$ geeft $T = 0,25 \cdot 5,2^2 - 2,6 \cdot 5,2 + 1 = -5,76$

Dus het wordt kouder dan -5°C .

Bladzijde 200

56 a $-\frac{1}{2}(x+2)(x-3) = 0$

$x = -2 \vee x = 3$

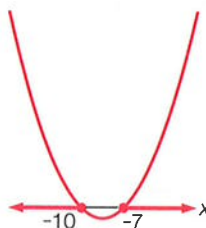


Uit de figuur volgt

$-\frac{1}{2}(x+2)(x-3) > 0$ geeft $-2 < x < 3$

b $\frac{1}{3}(x+7)(x+10) = 0$

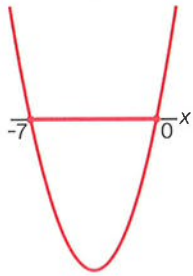
$x = -7 \vee x = -10$



Uit de figuur volgt

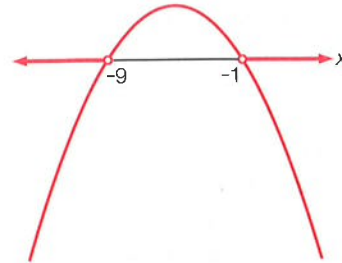
$\frac{1}{3}(x+7)(x+10) \geq 0$ geeft $x \leq -10 \vee x \geq -7$

c $3x(x+7)=0$
 $x=0 \vee x=-7$



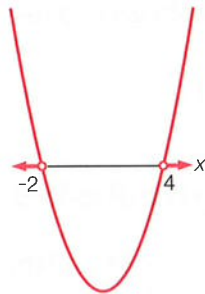
Uit de figuur volgt
 $3x(x+7) < 0$ geeft $-7 < x < 0$

d $-\frac{1}{4}(x+1)(x+9)=0$
 $x=-1 \vee x=-9$



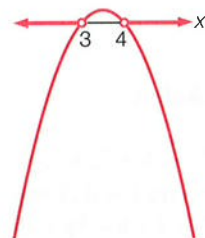
Uit de figuur volgt
 $-\frac{1}{4}(x+1)(x+9) < 0$ geeft $x < -9 \vee x > -1$

57 a $x^2 - 2x - 8 = 0$
 $(x+2)(x-4) = 0$
 $x = -2 \vee x = 4$



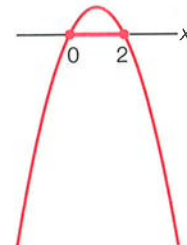
Uit de figuur volgt
 $x^2 - 2x - 8 > 0$ geeft $x < -2 \vee x > 4$

b $-x^2 + 7x - 12 = 0$
 $x^2 - 7x + 12 = 0$
 $(x-3)(x-4) = 0$
 $x = 3 \vee x = 4$



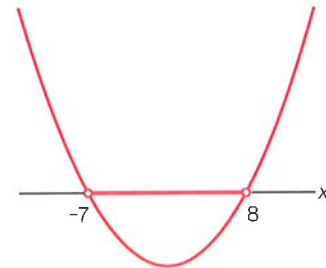
Uit de figuur volgt
 $-x^2 + 7x - 12 < 0$ geeft $x < 3 \vee x > 4$

c $-x^2 + 2x = 0$
 $-x(x-2) = 0$
 $x = 0 \vee x = 2$



Uit de figuur volgt
 $-x^2 + 2x >= 0$ geeft $0 <= x <= 2$

d $3(x+7)(x-8) = 0$
 $x = -7 \vee x = 8$



Uit de figuur volgt
 $3(x+7)(x-8) < 0$ geeft $-7 < x < 8$

- 58 a De vergelijking $f(x) = 0$ heeft geen oplossing omdat de grafiek van f de x -as niet snijdt of raakt.
 b Voor elke x ligt de grafiek van f boven de x -as, dus voor elke x geldt $f(x) > 0$, dus elke x is oplossing van de ongelijkheid $x^2 + 2x + 3 > 0$.

Bladzijde 201

- 59 a $f(x) < 0$ voor elke x
 b $f(x) > 0$ voor geen enkele x
 c $f(x) < 3$ voor elke x
 d $g(x) < 0$ voor geen enkele x

- 60 a $f(x) < 0$ voor geen enkele x
 b $f(x) > 0$ voor $x \neq -5$
 c $f(x) > -5$ voor elke x
 d $g(x) < 0$ voor $x \neq 0$
 e $g(x) > 0$ voor geen enkele x

- e $g(x) > 0$ voor $x \neq 3$
 f $g(x) < -3$ voor geen enkele x
 g $h(x) < 0$ voor $x \neq 8$
 h $h(x) > 0$ voor geen enkele x

- f $g(x) > 2$ voor geen enkele x
 g $h(x) < 0$ voor geen enkele x
 h $h(x) > 0$ voor elke x
 i $h(x) < -3$ voor geen enkele x
 j $h(x) > -6$ voor elke x

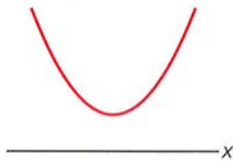
- 61 a $-x^2 + 2x - 2 < 0$ voor elke x
 b $-x^2 + 2x - 2 > 0$ voor geen enkele x
 c $-x^2 + 2x - 2 > 2$ voor geen enkele x

- d $x^2 - 6x + 9 > 0$ oftewel $(x - 3)^2 > 0$ voor $x \neq 3$
 e $x^2 - 6x + 9 < 0$ voor geen enkele x
 f $x^2 - 6x + 9 > -20$ voor elke x

Bladzijde 202

- 62 a $x^2 + 2x + 3 > 0$ voor elke x
 b $x^2 + 2x + 3 \geq 0$ voor elke x
 c $x^2 + 2x + 3 < 0$ voor geen enkele x
 d $x^2 + 2x + 3 \leq 0$ voor geen enkele x
 e $-x^2 + 8x - 16 > 0$ voor geen enkele x
 f $-x^2 + 8x - 16 \geq 0$ oftewel $-(x - 4)^2 \geq 0$ voor $x = 4$
 g $-x^2 + 8x - 16 < 0$ oftewel $-(x - 4)^2 < 0$ voor $x \neq 4$
 h $-x^2 + 8x - 16 \leq 0$ voor elke x

- 63 a $x^2 + 2x + 3 = 0$
 $a = 1, b = 2$ en $c = 3$, dus
 $D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = -8$.
 $D < 0$, dus $x^2 + 2x + 3 = 0$ heeft geen oplossing.



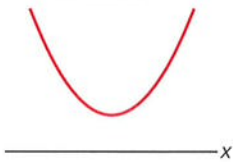
$x^2 + 2x + 3 > 0$ voor elke x

- b $-x^2 + 4x - 5 = 0$
 $a = -1, b = 4$ en $c = -5$, dus
 $D = 4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-5) = -4$.
 $D < 0$, dus $-x^2 + 4x - 5 = 0$ heeft geen oplossing.



$-x^2 + 4x - 5 > 0$ voor geen enkele x

- c $x^2 - 4x + 7 = 0$
 $a = 1, b = -4$ en $c = 7$, dus
 $D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = -12$.
 $D < 0$, dus $x^2 - 4x + 7 = 0$ heeft geen oplossing.



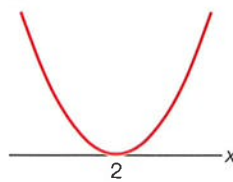
$x^2 - 4x + 7 < 0$ voor geen enkele x

- d $-2x^2 + x - 1 = 0$
 $a = -2, b = 1$ en $c = -1$, dus
 $D = 1^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-1) = -7$.
 $D < 0$, dus $-2x^2 + x - 1 = 0$ heeft geen oplossing.



$-2x^2 + x - 1 < 0$ voor elke x

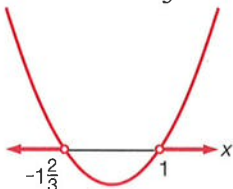
- e $x^2 - 4x + 4 = 0$
 $(x - 2)^2 = 0$
 $x = 2$



$x^2 - 4x + 4 > 0$ voor $x \neq 2$

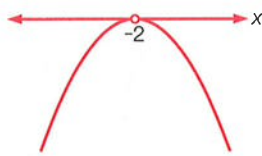
- f Zie vraag e.
 $x^2 - 4x + 4 < 0$ voor geen enkele x

- 64 a $3x^2 + 3x - 4 < x + 1$ geeft $3x^2 + 2x - 5 < 0$
 $3x^2 + 2x - 5 = 0$
 $a = 3, b = 2$ en $c = -5$, dus $D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-5) = 64$.
 $x = \frac{-2 + \sqrt{64}}{6} \vee x = \frac{-2 - \sqrt{64}}{6}$
 $x = \frac{-2 + 8}{6} \vee x = \frac{-2 - 8}{6}$
 $x = 1 \vee x = -1\frac{2}{3}$



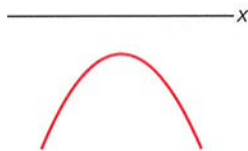
$3x^2 + 2x - 5 < 0$ oftewel $3x^2 + 3x - 4 < x + 1$ voor $-1\frac{2}{3} < x < 1$.

- b** $-x^2 - 6x + 4 < -2x + 8$ geeft $-x^2 - 4x - 4 < 0$
 $-x^2 - 4x - 4 = 0$
 $x^2 + 4x + 4 = 0$
 $(x + 2)^2 = 0$
 $x = -2$



$-x^2 - 4x - 4 < 0$ oftewel $-x^2 - 6x + 4 < -2x + 8$ voor $x \neq -2$.

- c** $3x + 5 > x^2 + 2x + 6$ geeft $-x^2 + x - 1 > 0$
 $-x^2 + x - 1 = 0$
 $a = -1, b = 1$ en $c = -1$, dus $D = 1^2 - 4 \cdot -1 \cdot -1 = -3$.
 $D < 0$, dus $-x^2 + x - 1 = 0$ heeft geen oplossing.

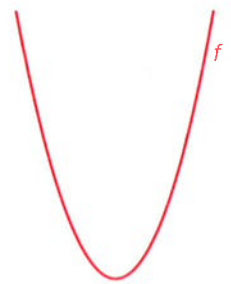


$-x^2 + x - 1 > 0$ oftewel $3x + 5 > x^2 + 2x + 6$ voor geen enkele x .

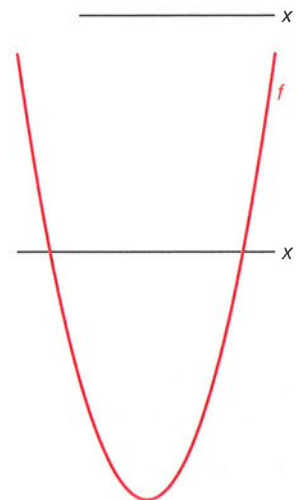
5.6 Werken met parameters

Bladzijde 203

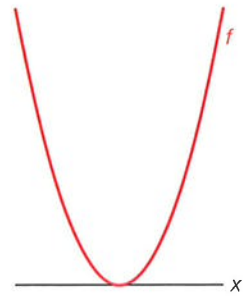
- 65 a** $f(x) = x^2 + 4x + 6$
 $a = 1, b = 4$ en $c = 6$
 $D = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = -8$
 $D < 0$, dus $f(x) = 0$ heeft geen oplossing.
 $a = 1$, dus de grafiek is een dalparabool.
 Zie de figuur hiernaast.



- b** $f(x) = x^2 + 4x - 3$
 $a = 1, b = 4$ en $c = -3$
 $D = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot -3 = 28$
 $D > 0$, dus $f(x) = 0$ heeft twee oplossingen.
 $a = 1$, dus de grafiek is een dalparabool.
 Zie de figuur hiernaast.



- c $f(x) = x^2 + 4x + 4$
 $a = 1, b = 4$ en $c = 4$
 $D = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0$
 $D = 0$, dus $f(x) = 0$ heeft één oplossing.
 $a = 1$, dus de grafiek is een dalparabool.
 Zie de figuur hiernaast.



Bladzijde 204

- 66 a $f(x) = -x^2 + 6x + p$
 $a = -1, b = 6$ en $c = p$
 $D = 6^2 - 4 \cdot (-1) \cdot p = 36 + 4p$
 De x -as raken, dus $D = 0$ geeft $36 + 4p = 0$
 $4p = -36$
 $p = -9$
- b Geheel onder de x -as, dus $D < 0$ geeft $36 + 4p < 0$
 $4p < -36$
 $p < -9$
- c $f(3) = 8$ geeft $-3^2 + 6 \cdot 3 + p = 8$
 $-9 + 18 + p = 8$
 $p = -1$
- 67 a $f(p) = 7$ geeft $3p^2 + p^2 + 3 = 7$
 $4p^2 = 4$
 $p^2 = 1$
 $p = 1 \vee p = -1$
- b $f(x) = 3x^2 + px + 3$
 $a = 3, b = p$ en $c = 3$
 $D = p^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = p^2 - 36$
 Top op de x -as oftewel de x -as raken, dus $D = 0$ geeft $p^2 - 36 = 0$
 $p^2 = 36$
 $p = 6 \vee p = -6$
- 68 a $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + p$
 $a = \frac{1}{2}, b = 2$ en $c = p$
 $D = 2^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot p = 4 - 2p$
 Geheel boven de x -as, dus $D < 0$ geeft $4 - 2p < 0$
 $-2p < -4$
 $p > 2$
- b $f(-8) = 160$ geeft $\frac{1}{2} \cdot (-8)^2 + 2 \cdot (-8) + p = 160$
 $\frac{1}{2} \cdot 64 - 16 + p = 160$
 $32 - 16 + p = 160$
 $p = 144$
- c $f(0) = 0 + 0 + p = p$, dus het snijpunt met de y -as is $(0, p)$.
 Het snijpunt met de y -as ligt dus onder de x -as als $p < 0$.
- d $f(4) = 0$ geeft $\frac{1}{2} \cdot 4^2 + 2 \cdot 4 + p = 0$
 $\frac{1}{2} \cdot 16 + 8 + p = 0$
 $8 + 8 + p = 0$
 $p = -16$
 $p = -16$ geeft $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 16$
 $f(x) = 0$ geeft $\frac{1}{2}x^2 + 2x - 16 = 0$
 $x^2 + 4x - 32 = 0$
 $(x - 4)(x + 8) = 0$
 $x = 4 \vee x = -8$
 Dus $Q(-8, 0)$.

Bladzijde 205

- 69 a** $x^2 + px - 3p = 0$ heeft geen oplossing als $D < 0$.

$$a = 1, b = p \text{ en } c = -3p$$

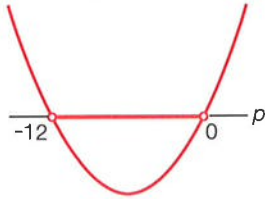
$$D = p^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3p) = p^2 + 12p$$

$$D < 0 \text{ geeft } p^2 + 12p < 0$$

$$p^2 + 12p = 0$$

$$p(p + 12) = 0$$

$$p = 0 \vee p = -12$$



$$D < 0 \text{ geeft } -12 < p < 0$$

Dus de vergelijking $x^2 + px - 3p = 0$ heeft geen oplossing voor $-12 < p < 0$.

- b** $x^2 - 3px + 9p = 0$ heeft geen oplossing als $D < 0$.

$$a = 1, b = -3p \text{ en } c = 9p$$

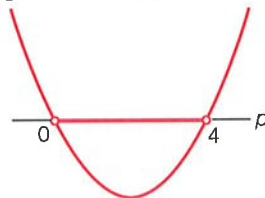
$$D = (-3p)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9p = 9p^2 - 36p$$

$$D < 0 \text{ geeft } 9p^2 - 36p < 0$$

$$9p^2 - 36p = 0$$

$$9p(p - 4) = 0$$

$$p = 0 \vee p = 4$$



$$D < 0 \text{ geeft } 0 < p < 4$$

Dus de vergelijking $x^2 - 3px + 9p = 0$ heeft geen oplossing voor $0 < p < 4$.

- 70 a** $x^2 + px + p + 3 = 0$ heeft twee oplossingen als $D > 0$.

$$a = 1, b = p \text{ en } c = p + 3$$

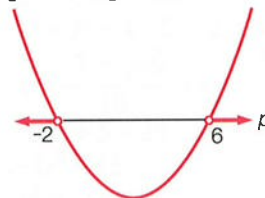
$$D = p^2 - 4 \cdot 1 \cdot (p + 3) = p^2 - 4p - 12$$

$$D > 0 \text{ geeft } p^2 - 4p - 12 > 0$$

$$p^2 - 4p - 12 = 0$$

$$(p + 2)(p - 6) = 0$$

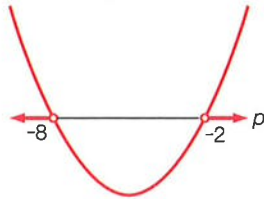
$$p = -2 \vee p = 6$$



$$D > 0 \text{ geeft } p < -2 \vee p > 6$$

Dus de vergelijking $x^2 + px + p + 3 = 0$ heeft twee oplossingen voor $p < -2 \vee p > 6$.

- b** $x^2 + (p+4)x - \frac{1}{2}p = 0$ heeft twee oplossingen als $D > 0$.
 $a = 1, b = p+4$ en $c = -\frac{1}{2}p$
 $D = (p+4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot -\frac{1}{2}p = p^2 + 8p + 16 + 2p = p^2 + 10p + 16$
 $D > 0$ geeft $p^2 + 10p + 16 > 0$
 $p^2 + 10p + 16 = 0$
 $(p+2)(p+8) = 0$
 $p = -2 \vee p = -8$



$D > 0$ geeft $p < -8 \vee p > -2$

Dus de vergelijking $x^2 + (p+4)x - \frac{1}{2}p = 0$ heeft twee oplossingen voor $p < -8 \vee p > -2$.

- 71 a** De parabool ligt geheel boven de x -as als $D < 0$.

$$y = \frac{1}{2}x^2 + px - 2p$$

$$a = \frac{1}{2}, b = p \text{ en } c = -2p$$

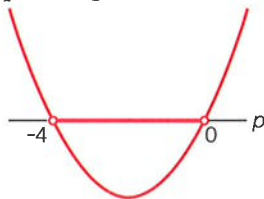
$$D = p^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot -2p = p^2 + 4p$$

$$D < 0 \text{ geeft } p^2 + 4p < 0$$

$$p^2 + 4p = 0$$

$$p(p+4) = 0$$

$$p = 0 \vee p = -4$$



$D < 0$ geeft $-4 < p < 0$

Dus de parabool $y = \frac{1}{2}x^2 + px - 2p$ ligt geheel boven de x -as voor $-4 < p < 0$.

- b** De parabool ligt geheel onder de x -as als $D < 0$.

$$y = -x^2 + (p+4)x + \frac{1}{2}p$$

$$a = -1, b = p+4 \text{ en } c = \frac{1}{2}p$$

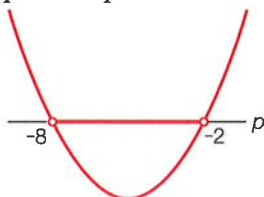
$$D = (p+4)^2 - 4 \cdot -1 \cdot \frac{1}{2}p = p^2 + 8p + 16 + 2p = p^2 + 10p + 16$$

$$D < 0 \text{ geeft } p^2 + 10p + 16 < 0$$

$$p^2 + 10p + 16 = 0$$

$$(p+2)(p+8) = 0$$

$$p = -2 \vee p = -8$$



$D < 0$ geeft $-8 < p < -2$

Dus de parabool $y = -x^2 + (p+4)x + \frac{1}{2}p$ ligt geheel onder de x -as voor $-8 < p < -2$.

- 72 a** $p = 0$ geeft $3x = 1$ oftewel $x = \frac{1}{3}$, dus één oplossing als $p = 0$.

$$px^2 + 3x = 1 - px$$

$$px^2 + px + 3x - 1 = 0$$

$$px^2 + (p+3)x - 1 = 0$$

Deze vergelijking heeft één oplossing als $D = 0$.

$$a = p, b = p+3 \text{ en } c = -1$$

$$D = (p+3)^2 - 4 \cdot p \cdot (-1) = p^2 + 6p + 9 + 4p = p^2 + 10p + 9$$

$$D = 0 \text{ geeft } p^2 + 10p + 9 = 0$$

$$(p+1)(p+9) = 0$$

$$p = -1 \vee p = -9$$

Dus de vergelijking $px^2 + 3x = 1 - px$ heeft één oplossing voor $p = 0 \vee p = -1 \vee p = -9$.

- b** De grafieken van f en g hebben geen gemeenschappelijke punten als de vergelijking $f(x) = g(x)$ geen oplossing heeft.

$$f(x) = g(x) \text{ geeft } 5x^2 + px - 6 = -4x^2 + 2x + p$$

$$5x^2 + 4x^2 + px - 2x - 6 - p = 0$$

$$9x^2 + (p-2)x - p - 6 = 0$$

De vergelijking $9x^2 + (p-2)x - p - 6 = 0$ heeft geen oplossing als $D < 0$.

$$a = 9, b = p-2 \text{ en } c = -p-6$$

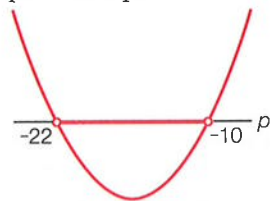
$$D = (p-2)^2 - 4 \cdot 9 \cdot (-p-6) = p^2 - 4p + 4 + 36p + 216 = p^2 + 32p + 220$$

$$D < 0 \text{ geeft } p^2 + 32p + 220 < 0$$

$$p^2 + 32p + 220 = 0$$

$$(p+10)(p+22) = 0$$

$$p = -10 \vee p = -22$$



$D < 0$ geeft $-22 < p < -10$

Dus de grafieken van f en g hebben geen gemeenschappelijke punten voor $-22 < p < -10$.

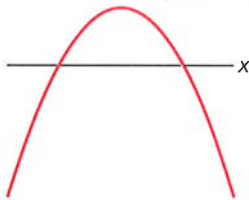
Gemengde opgaven

Bladzijde 206

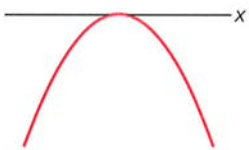
- 1 a** $5x^2 + 7x = 2$
 $5x^2 + 7x - 2 = 0$
 $a = 5, b = 7 \text{ en } c = -2$
 $D = 7^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2) = 89$
 $x = \frac{-7 + \sqrt{89}}{10} \vee x = \frac{-7 - \sqrt{89}}{10}$
- b** $-3x^2 + 5 = 20$
 $-3x^2 = 15$
 $x^2 = -5$
 geen oplossing
- c** $2x(x-3) = x-9$
 $2x^2 - 6x = x-9$
 $2x^2 - 7x + 9 = 0$
 $a = 2, b = -7 \text{ en } c = 9$
 $D = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 9 = -23$
 $D < 0$, dus geen oplossing.
- d** $(3x-1)(3x+1) = 80$
 $9x^2 - 1 = 80$
 $9x^2 = 81$
 $x^2 = 9$
 $x = 3 \vee x = -3$
- e** $\frac{1}{4}x(x - \frac{1}{2}) = 1$
 $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{8}x = 1$
 $2x^2 - x = 8$
 $2x^2 - x - 8 = 0$
 $a = 2, b = -1 \text{ en } c = -8$
 $D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-8) = 65$
 $x = \frac{1 + \sqrt{65}}{4} \vee x = \frac{1 - \sqrt{65}}{4}$
- f** $x(2x-5) - x(7-x) = 15$
 $2x^2 - 5x - 7x + x^2 = 15$
 $3x^2 - 12x = 15$
 $3x^2 - 12x - 15 = 0$
 $x^2 - 4x - 5 = 0$
 $(x+1)(x-5) = 0$
 $x = -1 \vee x = 5$
- g** $5 + (x-2)^2 = 3x^2 - 7$
 $5 + x^2 - 4x + 4 = 3x^2 - 7$
 $x^2 - 4x + 9 = 3x^2 - 7$
 $-2x^2 - 4x + 16 = 0$
 $x^2 + 2x - 8 = 0$
 $(x-2)(x+4) = 0$
 $x = 2 \vee x = -4$

h $(3x+2)^2 - (4x-3)^2 = -3 - (2x-7)^2$
 $9x^2 + 12x + 4 - (16x^2 - 24x + 9) = -3 - (4x^2 - 28x + 49)$
 $9x^2 + 12x + 4 - 16x^2 + 24x - 9 = -3 - 4x^2 + 28x - 49$
 $-7x^2 + 36x - 5 = -4x^2 + 28x - 52$
 $-3x^2 + 8x + 47 = 0$
 $3x^2 - 8x - 47 = 0$
 $a = 3, b = -8 \text{ en } c = -47$
 $D = (-8)^2 - 4 \cdot 3 \cdot -47 = 628$
 $x = \frac{8 + \sqrt{628}}{6} \vee x = \frac{8 - \sqrt{628}}{6}$

2 a $y = -3x^2 - 2x + 1$
 $a = -3, b = -2 \text{ en } c = 1$
 $D = (-2)^2 - 4 \cdot -3 \cdot 1 = 16$
 $D > 0$, dus twee snijpunten met de x -as.
 $a < 0$, dus de grafiek is een bergparabool.



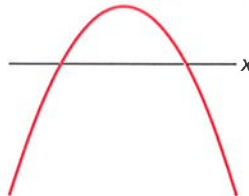
b $y = -\frac{1}{4}x^2 + 6x - 36$
 $a = -\frac{1}{4}, b = 6 \text{ en } c = -36$
 $D = 6^2 - 4 \cdot -\frac{1}{4} \cdot -36 = 0$
 $D = 0$, dus één snijpunt (raakpunt) met de x -as.
 $a < 0$, dus de grafiek is een bergparabool.



c $y = 5 + (x+3)^2$
 $y = 5 + x^2 + 6x + 9$
 $y = x^2 + 6x + 14$
 $a = 1, b = 6 \text{ en } c = 14$
 $D = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 14 = -20$
 $D < 0$, dus geen snijpunten met de x -as.
 $a > 0$, dus de grafiek is een dalparabool.



d $y = (x-3)(5-x) + 6$
 $y = 5x - x^2 - 15 + 3x + 6$
 $y = -x^2 + 8x - 9$
 $a = -1, b = 8 \text{ en } c = -9$
 $D = 8^2 - 4 \cdot -1 \cdot -9 = 28$
 $D > 0$, dus twee snijpunten met de x -as.
 $a < 0$, dus de grafiek is een bergparabool.



3 a $5x - 3 < 6x + 3$
 $5x - 6x < 3 + 3$
 $-x < 6$
 $x > -6$
b $0,3x - 1,8 \geq x - 0,4$
 $0,3x - x \geq -0,4 + 1,8$
 $-0,7x \geq 1,4$
 $x \leq -2$
c $-3(x-1) \geq 5(x+2) - 7$
 $-3x + 3 \geq 5x + 10 - 7$
 $-3x - 5x \geq 10 - 7 - 3$
 $-8x \geq 0$
 $x \leq 0$

d $-7(x-1) \leq 4(3+x) + 6$
 $-7x + 7 \leq 12 + 4x + 6$
 $-7x - 4x \leq 12 + 6 - 7$
 $-11x \leq 11$
 $x \geq -1$
e $-\frac{1}{3}x + 7 \leq x$
 $x - 21 \geq -3x$
 $x + 3x \geq 21$
 $4x \geq 21$
 $x \geq 5\frac{1}{4}$
f $\frac{1}{4}(3x-2) - \frac{1}{4} < 3(\frac{1}{6} - x) - 5$
 $\frac{3}{4}x - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} < \frac{1}{2} - 3x - 5$
 $4 \cdot \frac{3}{4}x - 4 \cdot \frac{1}{2} - 4 \cdot \frac{1}{4} < 4 \cdot \frac{1}{2} - 4 \cdot 3x - 4 \cdot 5$
 $3x - 2 - 1 < 2 - 12x - 20$
 $3x + 12x < 2 - 20 + 2 + 1$
 $15x < -15$
 $x < -1$

- 4 a** $f(x) = g(x)$ geeft $x = 0 \vee x = 2$

 $f(x) > g(x)$ geeft $x < 0 \vee x > 2$
b $f(x) = h(x)$ geeft $x = -1 \vee x = 4$

 $f(x) < h(x)$ geeft $-1 < x < 4$
c $g(x) = h(x)$ geeft geen oplossing
 $g(x) > h(x)$ voor geen enkele x
d $f(x) = 5$ geeft $x = -1 \vee x = 5$

 $f(x) > 5$ geeft $x < -1 \vee x > 5$

- e** $f(x) = 0$ geeft $x = 0 \vee x = 4$

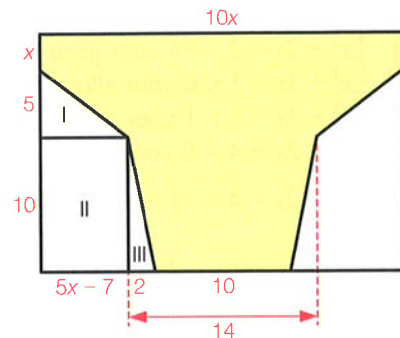
 $f(x) < 0$ geeft $0 < x < 4$
f $g(x) = 0$ geeft $x = 0$
 $g(x) < 0$ voor $x \neq 0$
g $h(x) = 5$ geeft $x = -1$

 $h(x) > 5$ geeft $x < -1$
h $h(x) = 0$ geeft $x = 4$

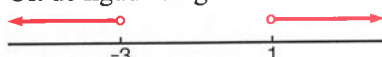
 $h(x) < 0$ geeft $x > 4$

- 5** Het gewicht van de stenen is $4x$ kg.
 Tom en de kar met stenen wegen samen $45 + 120 + 4x = 4x + 165$ kg.
 $4x + 165 \leq 380$
 $4x \leq 380 - 165$
 $4x \leq 215$
 $x \leq 53\frac{3}{4}$
 Het aantal stenen is maximaal 53.

- 6 a** Zie de figuur hiernaast.
 $\text{opp I} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (5x - 7) \cdot 5 = 12\frac{1}{2}x - 17\frac{1}{2}$
 $\text{opp II} = 10 \cdot (5x - 7) = 50x - 70$
 $\text{opp III} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10 = 10$
 Dus de oppervlakte van de dwarsdoorsnede is
 $\text{opp} = 10x(x + 5 + 10) - 2 \cdot \text{opp I} - 2 \cdot \text{opp II} - 2 \cdot \text{opp III}$
 $= 10x(x + 15) - 2 \cdot (12\frac{1}{2}x - 17\frac{1}{2}) - 2 \cdot (50x - 70) - 2 \cdot 10$
 $= 10x^2 + 150x - 25x + 35 - 100x + 140 - 20$
 $= 10x^2 + 25x + 155$
b $10x^2 + 25x + 155 = 320$
 $10x^2 + 25x - 165 = 0$
 $2x^2 + 5x - 33 = 0$
 $a = 2, b = 5$ en $c = -33$
 $D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot -33 = 289$
 $x = \frac{-5 + \sqrt{289}}{4} \vee x = \frac{-5 - \sqrt{289}}{4}$
 $x = \frac{-5 + 17}{4} \vee x = \frac{-5 - 17}{4}$
 $x = 3 \vee x = -5\frac{1}{2}$
 De oplossing $x = -5\frac{1}{2}$ kan niet, dus $x = 3$.

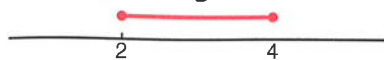


Bladzijde 207

- 7 a** $x^2 + 2x - 3 = 0$
 $(x - 1)(x + 3) = 0$
 $x = 1 \vee x = -3$
 Uit de figuur volgt

 $x^2 + 2x - 3 > 0$ geeft $x < -3 \vee x > 1$

b $-x^2 + 6x = 8$
 $-x^2 + 6x - 8 = 0$
 $x^2 - 6x + 8 = 0$
 $(x - 2)(x - 4) = 0$
 $x = 2 \vee x = 4$

Uit de figuur volgt



$-x^2 + 6x \geq 8$ geeft $2 \leq x \leq 4$

c $x^2 - 3 = -2x + 5$
 $x^2 + 2x - 8 = 0$
 $(x - 2)(x + 4) = 0$
 $x = 2 \vee x = -4$

Uit de figuur volgt



$x^2 - 3 < -2x + 5$ geeft $-4 < x < 2$

8 a $\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 = 0$

$x^2 - 4x + 4 = 0$

$(x - 2)(x - 2) = 0$

$x = 2$

$\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 > 0$ geeft $x \neq 2$

b $\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 < -4$ voor geen enkele x

c $-x^2 + 3x - 3 < 0$ voor elke x

d $-x^2 + 3x - 3 > 1$ voor geen enkele x

e $\frac{1}{3}x^2 + 2x + 4 > 0$ voor elke x

f $\frac{1}{3}x^2 + 2x + 4 < -1$ voor geen enkele x

9 a $-2,5q^2 + 150q - 200 = 1800$

$-2,5q^2 + 150q - 2000 = 0$

$q^2 - 60q + 800 = 0$

$(q - 20)(q - 40) = 0$

$q = 20 \vee q = 40$

Uit de figuur volgt



$-2,5q^2 + 150q - 200 > 1800$ geeft $20 < q < 40$

Dus bij 21 tot en met 39 paar verkochte sportschoenen per dag maakt het bedrijf meer dan 1800 euro winst per dag.

b $q_{\text{top}} = -\frac{150}{2 \cdot -2,5} = 30$

$q = 30$ geeft $W = -2,5 \cdot 30^2 + 150 \cdot 30 - 200 = 2050$

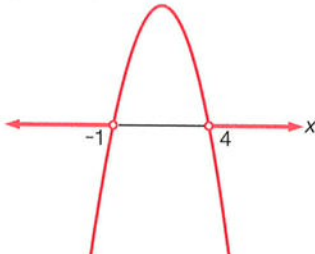
De maximale winst per dag is 2050 euro.

10 a $-x^2 + 3x + 4 = 0$

$x^2 - 3x - 4 = 0$

$(x + 1)(x - 4) = 0$

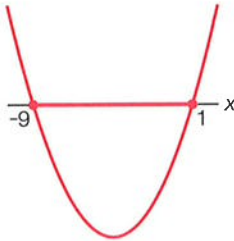
$x = -1 \vee x = 4$



Uit de schets volgt

$-x^2 + 3x + 4 < 0$ geeft $x < -1 \vee x > 4$

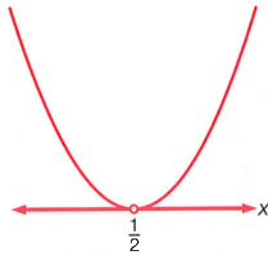
b $\frac{1}{3}(x-1)(x+9) = 0$
 $x = 1 \vee x = -9$



Uit de schets volgt

$$\frac{1}{3}(x-1)(x+9) \leq 0 \text{ geeft } -9 \leq x \leq 1$$

c $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$
 $a = 1, b = -1$ en $c = \frac{1}{4}$
 $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{1}{4} = 0$
 $x = \frac{1}{2}$



Uit de schets volgt

$$x^2 - x + \frac{1}{4} > 0 \text{ geeft } x \neq \frac{1}{2}$$

11 a $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + px + p - 4$
 $a = -\frac{1}{2}, b = p$ en $c = p - 4$

$$D = p^2 - 4 \cdot -\frac{1}{2} \cdot (p - 4) = p^2 + 2p - 8$$

De top van de grafiek op de x -as, dus $D = 0$ geeft $p^2 + 2p - 8 = 0$
 $(p - 2)(p + 4) = 0$
 $p = 2 \vee p = -4$

De top van de grafiek ligt op de x -as voor $p = 2 \vee p = -4$.

b $f(x) = p - 2$ geeft $-\frac{1}{2}x^2 + px + p - 4 = p - 2$
 $-\frac{1}{2}x^2 + px - 2 = 0$

$$a = -\frac{1}{2}, b = p$$
 en $c = -2$

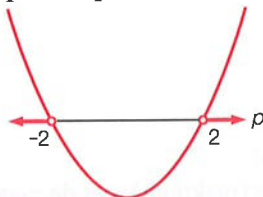
$$D = p^2 - 4 \cdot -\frac{1}{2} \cdot -2 = p^2 - 4$$

De vergelijking heeft twee oplossingen voor $D > 0$.

$$p^2 - 4 = 0$$

$$p^2 = 4$$

$$p = 2 \vee p = -2$$



$$D > 0 \text{ geeft } p < -2 \vee p > 2$$

De vergelijking $f(x) = p - 2$ heeft twee oplossingen voor $p < -2 \vee p > 2$.

$$\begin{aligned}
 \text{c } f(2p) = 0 & \text{ geeft } -\frac{1}{2} \cdot (2p)^2 + p \cdot 2p + p - 4 = 0 \\
 & -2p^2 + 2p^2 + p - 4 = 0 \\
 & p - 4 = 0 \\
 & p = 4 \\
 p = 4 & \text{ geeft } f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 4x \\
 f(x) = 0 & \text{ geeft } -\frac{1}{2}x^2 + 4x = 0 \\
 & x^2 - 8x = 0 \\
 & x(x - 8) = 0 \\
 & x = 0 \vee x = 8 \\
 & \text{Dus } A(8, 0) \text{ en } B(0, 0).
 \end{aligned}$$

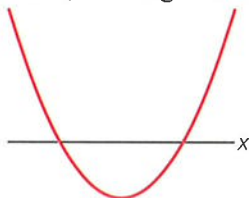
Diagnostische toets

Bladzijde 210

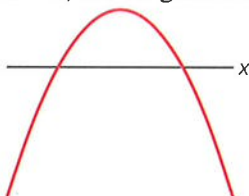
$$\begin{aligned}
 \text{1 a } 2x^2 + 3x - 20 &= 0 \\
 a &= 2, b = 3 \text{ en } c = -20 \\
 D &= 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-20) = 169 \\
 x &= \frac{-3 \pm \sqrt{169}}{4} \vee x = \frac{-3 \pm \sqrt{169}}{4} \\
 x &= \frac{-3 + 13}{4} \vee x = \frac{-3 - 13}{4} \\
 x &= 2\frac{1}{2} \vee x = -4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b } 8x^2 + 14x &= 15 \\
 8x^2 + 14x - 15 &= 0 \\
 a &= 8, b = 14 \text{ en } c = -15 \\
 D &= 14^2 - 4 \cdot 8 \cdot (-15) = 676 \\
 x &= \frac{-14 \pm \sqrt{676}}{16} \vee x = \frac{-14 \pm \sqrt{676}}{16} \\
 x &= \frac{-14 + 26}{16} \vee x = \frac{-14 - 26}{16} \\
 x &= \frac{3}{4} \vee x = -2\frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{2 a } y &= 3x^2 + 4x + 1 \\
 a &= 3, b = 4 \text{ en } c = 1 \\
 D &= 4^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 4 \\
 D &> 0, \text{ dus twee snijpunten met de } x\text{-as.} \\
 a &> 0, \text{ dus de grafiek is een dalparabool.}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \text{b } y &= -4x^2 + 3x + 1 \\
 a &= -4, b = 3 \text{ en } c = 1 \\
 D &= 3^2 - 4 \cdot (-4) \cdot 1 = 25 \\
 D &> 0, \text{ dus twee snijpunten met de } x\text{-as.} \\
 a &< 0, \text{ dus de grafiek is een bergparabool.}
 \end{aligned}$$



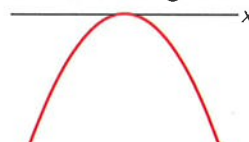
$$\begin{aligned}
 \text{c } 6x &= 7x^2 + 1 \\
 -7x^2 + 6x - 1 &= 0 \\
 a &= -7, b = 6 \text{ en } c = -1 \\
 D &= 6^2 - 4 \cdot (-7) \cdot (-1) = 8 \\
 x &= \frac{-6 \pm \sqrt{8}}{-14} \vee x = \frac{-6 \pm \sqrt{8}}{-14} \\
 x &\approx 0,23 \vee x \approx 0,63
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d } 5x &= 7x^2 + 1 \\
 -7x^2 + 5x - 1 &= 0 \\
 a &= -7, b = 5 \text{ en } c = -1 \\
 D &= 5^2 - 4 \cdot (-7) \cdot (-1) = -3 \\
 D &< 0, \text{ dus geen oplossing.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c } y &= x^2 + 3x + 4 \\
 a &= 1, b = 3 \text{ en } c = 4 \\
 D &= 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = -7 \\
 D &< 0, \text{ dus geen snijpunten met de } x\text{-as.} \\
 a &> 0, \text{ dus de grafiek is een dalparabool.}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \text{d } y &= -2x^2 + 4x - 2 \\
 a &= -2, b = 4 \text{ en } c = -2 \\
 D &= 4^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-2) = 0 \\
 D &= 0, \text{ dus één snijpunt (raakpunt) met de } x\text{-as.} \\
 a &< 0, \text{ dus de grafiek is een bergparabool.}
 \end{aligned}$$



3 a $\frac{1}{3}x^2 = 10$
 $x^2 = 30$
 $x = \sqrt{30} \vee x = -\sqrt{30}$
 $x \approx 5,48 \vee x \approx -5,48$

b $(x+10)(x+9) = 16$
 $x^2 + 9x + 10x + 90 = 16$
 $x^2 + 19x + 74 = 0$
 $a = 1, b = 19 \text{ en } c = 74$
 $D = 19^2 - 4 \cdot 1 \cdot 74 = 65$
 $x = \frac{-19 \pm \sqrt{65}}{2} \vee x = \frac{-19 \pm \sqrt{65}}{2}$
 $x \approx -5,47 \vee x \approx -13,53$

c $\frac{1}{3}x^2 + x = 1$
 $x^2 + 3x = 3$
 $x^2 + 3x - 3 = 0$
 $a = 1, b = 3 \text{ en } c = -3$
 $D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot -3 = 21$
 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{21}}{2} \vee x = \frac{-3 \pm \sqrt{21}}{2}$
 $x \approx 0,79 \vee x \approx -3,79$

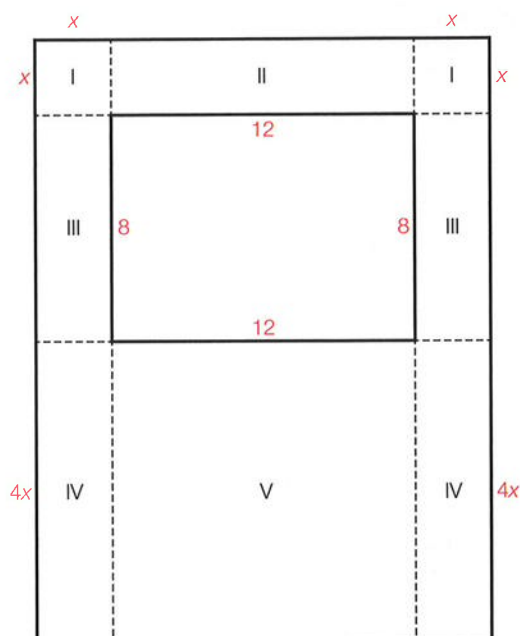
d $(x+10)^2 = 16$
 $x+10 = 4 \vee x+10 = -4$
 $x = -6 \vee x = -14$

e $\frac{1}{3}x^2 + x = 6$
 $x^2 + 3x = 18$
 $x^2 + 3x - 18 = 0$
 $(x-3)(x+6) = 0$
 $x = 3 \vee x = -6$

f $(2x-5)^2 - (x+1)^2 = 7x$
 $4x^2 - 20x + 25 - (x^2 + 2x + 1) = 7x$
 $4x^2 - 20x + 25 - x^2 - 2x - 1 - 7x = 0$
 $3x^2 - 29x + 24 = 0$
 $a = 3, b = -29 \text{ en } c = 24$
 $D = (-29)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 24 = 553$
 $x = \frac{29 \pm \sqrt{553}}{6} \vee x = \frac{29 \pm \sqrt{553}}{6}$
 $x \approx 8,75 \vee x \approx 0,91$

4 a Zie de figuur hiernaast.
 opp I = $x \cdot x = x^2$
 opp II = $12 \cdot x = 12x$
 opp III = $8 \cdot x = 8x$
 opp IV = $4x \cdot x = 4x^2$
 opp V = $12 \cdot 4x = 48x$
 opp = $2 \cdot \text{opp I} + \text{opp II} + 2 \cdot \text{opp III} + 2 \cdot \text{opp IV} + \text{opp V}$
 $= 2 \cdot x^2 + 12x + 2 \cdot 8x + 2 \cdot 4x^2 + 48x = 10x^2 + 76x$

b $10x^2 + 76x = 192$
 $10x^2 + 76x - 192 = 0$
 $5x^2 + 38x - 96 = 0$
 $a = 5, b = 38 \text{ en } c = -96$
 $D = 38^2 - 4 \cdot 5 \cdot -96 = 3364$
 $x = \frac{-38 \pm \sqrt{3364}}{10} \vee x = \frac{-38 \pm \sqrt{3364}}{10}$
 $x = \frac{-38 + 58}{10} \vee x = \frac{-38 - 58}{10}$
 $x = 2 \vee x = -9\frac{3}{5}$
 De oplossing $x = -9\frac{3}{5}$ kan niet, dus de breedte van het pad is 2 meter.



5 a $0,5x + 1 < 2x - 2$
 $0,5x - 2x < -2 - 1$
 $-1,5x < -3$
 $x > 2$

b $\frac{2}{3}a - \frac{1}{2}(2a - 6) \geq -\frac{5}{6}a + 1$
 $\frac{2}{3}a - a + 3 \geq -\frac{5}{6}a + 1$
 $6 \cdot \frac{2}{3}a - 6 \cdot a + 6 \cdot 3 \geq 6 \cdot -\frac{5}{6}a + 6 \cdot 1$
 $4a - 6a + 18 \geq -5a + 6$
 $4a - 6a + 5a \geq 6 - 18$
 $3a \geq -12$
 $a \geq -4$

6 $4,25x - 2,50x - 50 > 80$

$1,75x - 50 > 80$

$1,75x > 130$

$x > 74,28\dots$

Dus Louise verkoopt minstens 75 kettingen.

7 a $f(x) = g(x)$ geeft $x = -1 \vee x = 2$



$f(x) > g(x)$ geeft $-1 < x < 2$

b $f(x) = 3$ geeft $x = 0 \vee x = 2$



$f(x) < 3$ geeft $x < 0 \vee x > 2$

c $g(x) = 3$ geeft $x = 2$



$g(x) < 3$ geeft $x < 2$

c $5x - 3 < 6x - 3$
 $5x - 6x < -3 + 3$
 $-x < 0$
 $x > 0$

d $5 - 1\frac{1}{2}x \leq 3 - (x - 1)$

$5 - 1\frac{1}{2}x \leq 3 - x + 1$

$10 - 3x \leq 6 - 2x + 2$

$-3x + 2x \leq 6 + 2 - 10$

$-x \leq -2$

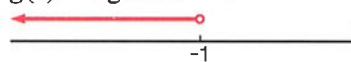
$x \geq 2$

d $f(x) = 0$ geeft $x = -1 \vee x = 3$



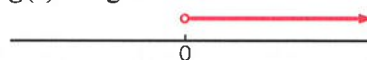
$f(x) > 0$ geeft $-1 < x < 3$

e $g(x) = 0$ geeft $x = -1$



$g(x) < 0$ geeft $x < -1$

f $g(x) = 1$ geeft $x = 0$

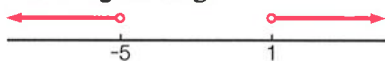


$g(x) > 1$ geeft $x > 0$

Bladzijde 211

8 a $\frac{1}{2}x^2 + x = 2\frac{1}{2} - x$
 $x^2 + 2x = 5 - 2x$
 $x^2 + 4x - 5 = 0$
 $(x - 1)(x + 5) = 0$
 $x = 1 \vee x = -5$

Uit de figuur volgt



$\frac{1}{2}x^2 + x > 2\frac{1}{2} - x$ geeft $x < -5 \vee x > 1$

b $-\frac{1}{2}x^2 + 2x = -2\frac{1}{2}$
 $-x^2 + 4x = -5$
 $-x^2 + 4x + 5 = 0$
 $x^2 - 4x - 5 = 0$
 $(x + 1)(x - 5) = 0$
 $x = -1 \vee x = 5$

Uit de figuur volgt



$-\frac{1}{2}x^2 + 2x \geq -2\frac{1}{2}$ geeft $-1 \leq x \leq 5$

9 $-0,05t^2 + 1,5t + 0,2 = 9$

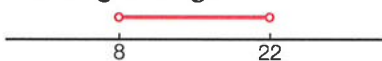
$t^2 - 30t - 4 = -180$

$t^2 - 30t + 176 = 0$

$(t - 8)(t - 22) = 0$

$t = 8 \vee t = 22$

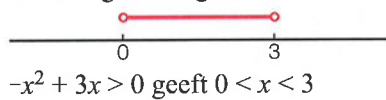
Uit de figuur volgt



$-0,05t^2 + 1,5t + 0,2 > 9$ geeft $8 < t < 22$

Het is die dag warmer dan 9 °C tussen 8 en 22 uur.

10 a $-x^2 + 3x = 0$
 $-x(x-3) = 0$
 $x = 0 \vee x = 3$
 Uit de figuur volgt



$-x^2 + 3x > 0$ geeft $0 < x < 3$

- 11 a** $f(x) < 0$ voor geen enkele x
b $f(x) > 0$ voor elke x
c $f(x) > -3$ voor elke x
d $g(x) < 0$ voor $x \neq 4$
e $g(x) > 0$ voor geen enkele x

b $\frac{1}{2}(x-1)(x+4) = 0$
 $x = 1 \vee x = -4$

Uit de figuur volgt



$\frac{1}{2}(x-1)(x+4) > 0$ geeft $x < -4 \vee x > 1$

- f** $g(x) > 3$ voor geen enkele x
g $h(x) < 0$ voor elke x
h $h(x) > 0$ voor geen enkele x
i $h(x) < 6$ voor elke x

12 a $f(p) = -p^2 + 6p \cdot p + 3p = -p^2 + 6p^2 + 3p = 5p^2 + 3p$
 $f(p) = 2$ geeft $5p^2 + 3p = 2$

$$5p^2 + 3p - 2 = 0$$

$$a = 5, b = 3 \text{ en } c = -2$$

$$D = 3^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2) = 49$$

$$p = \frac{-3 + \sqrt{49}}{10} \vee p = \frac{-3 - \sqrt{49}}{10}$$

$$p = \frac{-3 + 7}{10} \vee p = \frac{-3 - 7}{10}$$

$$p = \frac{2}{5} \vee p = -1$$

Het punt A ligt op de grafiek $p = \frac{2}{5} \vee p = -1$.

b $f(x) = -x^2 + 6px + 3p$
 $a = -1, b = 6p \text{ en } c = 3p$
 $D = (6p)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3p = 36p^2 + 12p$

De top van de grafiek op de x -as, dus $D = 0$ geeft $36p^2 + 12p = 0$

$$12p(3p + 1) = 0$$

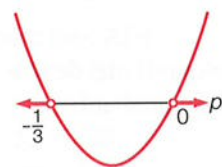
$$12p = 0 \vee 3p = -1$$

$$p = 0 \vee p = -\frac{1}{3}$$

De top van de grafiek ligt op de x -as voor $p = 0 \vee p = -\frac{1}{3}$.

c $f(x) = 0$ heeft twee oplossingen als $D > 0$.

$D = 0$ geeft $p = 0 \vee p = -\frac{1}{3}$ (zie vraag b).



$D > 0$ geeft $p < -\frac{1}{3} \vee p > 0$

$f(x) = 0$ heeft twee oplossingen voor $p < -\frac{1}{3} \vee p > 0$.

Herhaling

Bladzijde 212

1 a $2x^2 + 5x - 12 = 0$
 $a = 2, b = 5$ en $c = -12$
 $D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot -12 = 121$
 $x = \frac{-5 + \sqrt{121}}{4} \vee x = \frac{-5 - \sqrt{121}}{4}$
 $x = \frac{-5 + 11}{4} \vee x = \frac{-5 - 11}{4}$
 $x = 1\frac{1}{2} \vee x = -4$

b $2x^2 + 5x = 42$
 $2x^2 + 5x - 42 = 0$
 $a = 2, b = 5$ en $c = -42$
 $D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot -42 = 361$
 $x = \frac{-5 + \sqrt{361}}{4} \vee x = \frac{-5 - \sqrt{361}}{4}$
 $x = \frac{-5 + 19}{4} \vee x = \frac{-5 - 19}{4}$
 $x = 3\frac{1}{2} \vee x = -6$

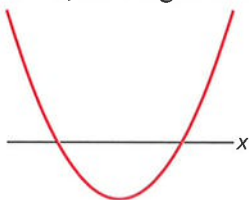
2 a $2x^2 + 7x + 6 = 0$
 $a = 2, b = 7$ en $c = 6$
 $D = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = 1$
 $x = \frac{-7 + \sqrt{1}}{4} \vee x = \frac{-7 - \sqrt{1}}{4}$
 $x = -1\frac{1}{2} \vee x = -2$

b $2x^2 + 7x = 6$
 $2x^2 + 7x - 6 = 0$
 $a = 2, b = 7$ en $c = -6$
 $D = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot -6 = 97$
 $x = \frac{-7 + \sqrt{97}}{4} \vee x = \frac{-7 - \sqrt{97}}{4}$
 $x \approx 0,71 \vee x \approx -4,21$

3 a $y = -4x^2 + 20x - 28$
 $a = -4, b = 20$ en $c = -28$
 $D = 20^2 - 4 \cdot -4 \cdot -28 = -48$
 $D < 0$, dus geen snijpunten met de x -as.
 $a < 0$, dus de grafiek is een bergparabool.



b $y = 4x^2 - 20x + 1$
 $a = 4, b = -20$ en $c = 1$
 $D = (-20)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 384$
 $D > 0$, dus twee snijpunten met de x -as.
 $a > 0$, dus de grafiek is een dalparabool.



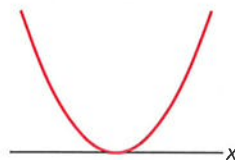
c $7x = 12x^2 + 1$
 $-12x^2 + 7x - 1 = 0$
 $a = -12, b = 7$ en $c = -1$
 $D = 7^2 - 4 \cdot -12 \cdot -1 = 1$
 $x = \frac{-7 + \sqrt{1}}{-24} \vee x = \frac{-7 - \sqrt{1}}{-24}$
 $x = \frac{1}{4} \vee x = \frac{1}{3}$

d $10x^2 + 99x = 10$
 $10x^2 + 99x - 10 = 0$
 $a = 10, b = 99$ en $c = -10$
 $D = 99^2 - 4 \cdot 10 \cdot -10 = 10201$
 $x = \frac{-99 + \sqrt{10201}}{20} \vee x = \frac{-99 - \sqrt{10201}}{20}$
 $x = \frac{-99 + 101}{20} \vee x = \frac{-99 - 101}{20}$
 $x = \frac{1}{10} \vee x = -10$

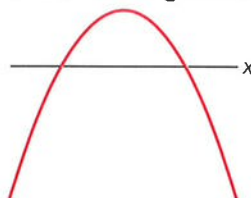
c $2x^2 + 7x + 7 = 0$
 $a = 2, b = 7$ en $c = 7$
 $D = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot 7 = -7$
 $D < 0$, dus geen oplossing.

d $2x^2 + 7x = 7$
 $2x^2 + 7x - 7 = 0$
 $a = 2, b = 7$ en $c = -7$
 $D = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot -7 = 105$
 $x = \frac{-7 + \sqrt{105}}{4} \vee x = \frac{-7 - \sqrt{105}}{4}$
 $x \approx 0,81 \vee x \approx -4,31$

c $y = 4x^2 - 20x + 25$
 $a = 4, b = -20$ en $c = 25$
 $D = (-20)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 25 = 0$
 $D = 0$, dus één snijpunt (raakpunt) met de x -as.
 $a > 0$, dus de grafiek is een dalparabool.



d $y = -4x^2 + 20x - 24$
 $a = -4, b = 20$ en $c = -24$
 $D = 20^2 - 4 \cdot -4 \cdot -24 = 16$
 $D > 0$, dus twee snijpunten met de x -as.
 $a < 0$, dus de grafiek is een bergparabool.



4 a $\frac{1}{4}x^2 = 5$
 $x^2 = 20$
 $x = \sqrt{20} \vee x = -\sqrt{20}$
 $x \approx 4,47 \vee x \approx -4,47$

b $\frac{1}{4}x^2 + x = 3$
 $x^2 + 4x = 12$
 $x^2 + 4x - 12 = 0$
 $(x - 2)(x + 6) = 0$
 $x = 2 \vee x = -6$

c $(x + 2)^2 = 9$
 $x + 2 = 3 \vee x + 2 = -3$
 $x = 1 \vee x = -5$

d $(x + 2)(x + 3) = 9$
 $x^2 + 3x + 2x + 6 = 9$
 $x^2 + 5x - 3 = 0$
 $a = 1, b = 5 \text{ en } c = -3$
 $D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot -3 = 37$
 $x = \frac{-5 + \sqrt{37}}{2} \vee x = \frac{-5 - \sqrt{37}}{2}$
 $x \approx 0,54 \vee x \approx -5,54$

e $\frac{1}{4}x^2 + x = 1$
 $x^2 + 4x = 4$
 $x^2 + 4x - 4 = 0$
 $a = 1, b = 4 \text{ en } c = -4$
 $D = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot -4 = 32$
 $x = \frac{-4 + \sqrt{32}}{2} \vee x = \frac{-4 - \sqrt{32}}{2}$
 $x \approx 0,83 \vee x \approx -4,83$

f $\frac{1}{4}x^2 + x + 1 = 0$
 $x^2 + 4x + 4 = 0$
 $(x + 2)(x + 2) = 0$
 $x = -2$

g $x(x + 2) = 0$
 $x = 0 \vee x = -2$

h $x(x + 2) = 9$
 $x^2 + 2x = 9$
 $x^2 + 2x - 9 = 0$
 $a = 1, b = 2 \text{ en } c = -9$
 $D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot -9 = 40$
 $x = \frac{-2 + \sqrt{40}}{2} \vee x = \frac{-2 - \sqrt{40}}{2}$
 $x \approx 2,16 \vee x \approx -4,16$

5 a opp III = $36x$, opp IV = $3x^2$ en opp V = $24x$.

b opp terras = opp I + opp II + opp III + opp IV + opp V
 $= 24x + 3x^2 + 36x + 3x^2 + 24x$
 $= 6x^2 + 84x$

c Je kunt de vergelijking $6x^2 + 84x = 432$ opstellen.
 $6x^2 + 84x = 432$
 $6x^2 + 84x - 432 = 0$
 $x^2 + 14x - 72 = 0$
 $(x - 4)(x + 18) = 0$
 $x = 4 \vee x = -18$

d De oplossing $x = -18$ kan niet, dus $x = 4$.
 De breedte aan de korte zijde van het zwembad is $3x = 3 \cdot 4 = 12$ meter.

Bladzijde 213

6 a $-5x < 20$
 $x > -4$
b $5x < -20$
 $x < -4$
c $-x \leq -8$
 $x \geq 8$

d $-\frac{1}{5}x < 1$
 $x > -5$

e $\frac{1}{2}x < -4$
 $x < -8$

f $-x \geq 0$
 $x \leq 0$

7 a $3x \leq 7x + 6$
 $3x - 7x \leq 6$
 $-4x \leq 6$
 $x \geq -1\frac{1}{2}$
b $4(x - 2) > 7(x + 1) + 3$
 $4x - 8 > 7x + 7 + 3$
 $4x - 7x > 7 + 3 + 8$
 $-3x > 18$
 $x < -6$

c $5 - (x - 1) < 4 - 2x$
 $5 - x + 1 < 4 - 2x$
 $-x + 2x < 4 - 5 - 1$
 $x < -2$

d $\frac{1}{3}x - 1 \geq 2x + \frac{2}{3}$
 $3 \cdot \frac{1}{3}x - 3 \cdot 1 \geq 3 \cdot 2x + 3 \cdot \frac{2}{3}$
 $x - 3 \geq 6x + 2$
 $x - 6x \geq 2 + 3$
 $-5x \geq 5$
 $x \leq -1$

e $3(1-x) < 2(1+x)$
 $3-3x < 2+2x$
 $-3x-2x < 2-3$
 $-5x < -1$
 $x > \frac{1}{5}$

f $\frac{2}{3}x + 2 > \frac{1}{2}x - 2$
 $6 \cdot \frac{2}{3}x + 6 \cdot 2 > 6 \cdot \frac{1}{2}x - 6 \cdot 2$
 $4x + 12 > 3x - 12$
 $4x - 3x > -12 - 12$
 $x > -24$
 $x < 4\frac{4}{5}$

8 a $3,50x - (1,50x + 75) > 80$
 $3,50x - 1,50x - 75 > 80$
 $2x - 75 > 80$
 $2x > 80 + 75$
 $2x > 155$
 $x > 77,5$

b Mevrouw Talens heeft minstens 78 potten jam verkocht.

9 a $-5 < x < -1$
b $x < -1 \vee x > 3$

c $2 < x < 4$
d $x < -3 \vee x > 0$

Bladzijde 214

10 a $f(x) = g(x)$ geeft $x = 0 \vee x = 2$

 $f(x) < g(x)$ geeft $x < 0 \vee x > 2$
b $f(x) = h(x)$ geeft $x = -1 \vee x = 2$

 $f(x) > h(x)$ geeft $-1 < x < 2$
c $g(x) = h(x)$ geeft $x = 1 \vee x = 2$

 $g(x) > h(x)$ geeft $x < 1 \vee x > 2$

d $g(x) = 0$ geeft $x = 1 \vee x = 3$

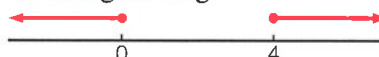
 $g(x) < 0$ geeft $1 < x < 3$
e $f(x) = 2$ geeft $x = -1 \vee x = 1$

 $f(x) < 2$ geeft $x < -1 \vee x > 1$
f $g(x) = 3$ geeft $x = 0 \vee x = 4$

 $g(x) < 3$ geeft $0 < x < 4$

11 a $-x^2 + 3x = x - 3$
 $-x^2 + 2x + 3 = 0$
 $x^2 - 2x - 3 = 0$
 $(x+1)(x-3) = 0$
 $x = -1 \vee x = 3$
Uit de figuur volgt

 $-x^2 + 3x > x - 3$ geeft $-1 < x < 3$

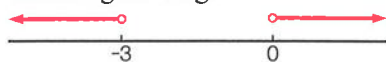
b $x^2 = 4x$
 $x^2 - 4x = 0$
 $x(x-4) = 0$
 $x = 0 \vee x = 4$
Uit de figuur volgt

 $x^2 \geq 4x$ geeft $x \leq 0 \vee x \geq 4$

Bladzijde 215

12 a $-0,15t^2 + 3,6t + 8 = 20$
 $-0,15t^2 + 3,6t - 12 = 0$
 $t^2 - 24t + 80 = 0$
 $(t-4)(t-20) = 0$
 $t = 4 \vee t = 20$
Uit de figuur volgt

 $-0,15t^2 + 3,6t + 8 > 20$ geeft $4 < t < 20$
b De temperatuur is tussen 04:00 uur en 20:00 uur hoger dan 20 °C.
c De temperatuur is $20 - 4 = 16$ uur hoger dan 20 °C, dus de temperatuur is $24 - 16 = 8$ uur lager dan 20 °C.
De temperatuur is dus $8 \cdot 60 = 480$ minuten lager dan 20 °C.

13 a $x^2 + 3x = 0$
 $x(x + 3) = 0$
 $x = 0 \vee x = -3$
 Uit de figuur volgt



$x^2 + 3x > 0$ geeft $x < -3 \vee x > 0$

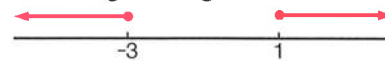
b $-x^2 + 2x + 3 = 0$
 $x^2 - 2x - 3 = 0$
 $(x + 1)(x - 3) = 0$
 $x = -1 \vee x = 3$
 Uit de figuur volgt



$-x^2 + 2x + 3 > 0$ geeft $-1 < x < 3$

c $\frac{1}{3}(x - 1)(x + 3) = 0$
 $x = 1 \vee x = -3$

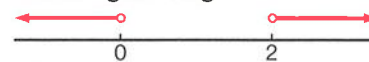
Uit de figuur volgt



$\frac{1}{3}(x - 1)(x + 3) \geq 0$ geeft $x \leq -3 \vee x \geq 1$

d $-\frac{1}{3}x(x - 2) = 0$
 $x = 0 \vee x = 2$

Uit de figuur volgt



$-\frac{1}{3}x(x - 2) < 0$ geeft $x < 0 \vee x > 2$

Bladzijde 216

- 14 a** $h(x) > 0$ voor geen enkele x
b $h(x) < 0$ voor elke x
c $h(x) < 2$ voor elke x
d $k(x) < 0$ voor $x \neq 0$
e $k(x) > 0$ voor geen enkele x
f $k(x) < 2$ voor elke x

- g** $l(x) > 0$ voor $x \neq 3$
h $l(x) < 0$ voor geen enkele x
i $l(x) > -3$ voor elke x
j $m(x) > 0$ voor elke x
k $m(x) < 0$ voor geen enkele x
l $m(x) < -3$ voor geen enkele x

15 a $f(3) = 50$ geeft $39 + p = 50$
 $p = 11$

Het punt A ligt op de grafiek van f voor $p = 11$.

b $f(-4) = 4 \cdot (-4)^2 + -4 + p = 60 + p$
 $f(-4) = 8$ geeft $60 + p = 8$
 $p = -52$

Het punt B ligt op de grafiek van f voor $p = -52$.

c $f(p) = 4 \cdot p^2 + p + p = 4p^2 + 2p$
 $f(p) = 6$ geeft $4p^2 + 2p = 6$
 $4p^2 + 2p - 6 = 0$
 $2p^2 + p - 3 = 0$
 $a = 2, b = 1$ en $c = -3$
 $D = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot -3 = 25$
 $p = \frac{-1 + \sqrt{25}}{4} \vee p = \frac{-1 - \sqrt{25}}{4}$
 $p = \frac{-1 + 5}{4} \vee p = \frac{-1 - 5}{4}$
 $p = 1 \vee p = -1\frac{1}{2}$

Het punt C ligt op de grafiek van f voor $p = 1 \vee p = -1\frac{1}{2}$.

d $f(x) = 4x^2 + x + p$
 $a = 4, b = 1$ en $c = p$
 $D = 1^2 - 4 \cdot 4 \cdot p = 1 - 16p$

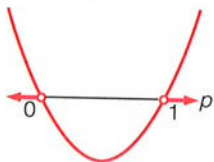
e $D = 0$ geeft $1 - 16p = 0$
 $-16p = -1$
 $p = \frac{1}{16}$

De top van de grafiek van f ligt op de x -as voor $p = \frac{1}{16}$.

f De grafiek van f ligt geheel boven de x -as als $D < 0$.
 $D < 0$ geeft $1 - 16p < 0$
 $-16p < -1$
 $p > \frac{1}{16}$

De grafiek van f ligt geheel boven de x -as voor $p > \frac{1}{16}$.

- 16 a $-x^2 + 12px - 36p = 0$
 $a = -1, b = 12p$ en $c = -36p$
 $D = (12p)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-36p) = 144p^2 - 144p$
- b $D > 0$ geeft $144p^2 - 144p > 0$
 $144p^2 - 144p = 0$
 $144p(p - 1) = 0$
 $p = 0 \vee p = 1$



$D > 0$ geeft $p < 0 \vee p > 1$

De vergelijking heeft twee oplossingen voor $p < 0 \vee p > 1$.

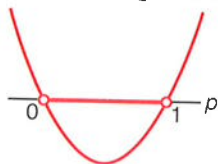
- c De vergelijking heeft één oplossing als $D = 0$.

$D = 0$ geeft $p = 0 \vee p = 1$

De vergelijking heeft één oplossing voor $p = 0 \vee p = 1$.

- d De vergelijking heeft geen oplossing als $D < 0$.

$D = 0$ geeft $p = 0 \vee p = 1$



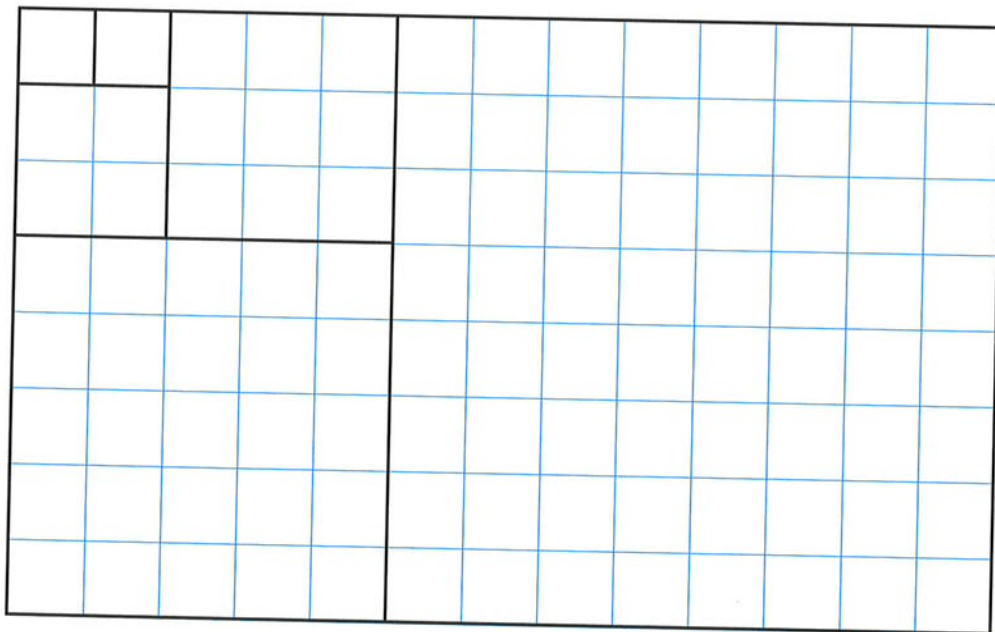
$D < 0$ geeft $0 < p < 1$

De vergelijking heeft geen oplossing voor $0 < p < 1$.

Onderzoek Het gulden getal

Bladzijde 217

1 a, b, c, d



e	rechthoek	lange zijde	korte zijde	$\frac{\text{lange zijde}}{\text{korte zijde}}$
	1	1	1	1
	2	2	1	2
	3	3	2	1,5
	4	5	3	1,667
	5	8	5	1,6
	6	13	8	1,625
	7	21	13	1,615
	8	34	21	1,619
	9	55	34	1,618
	10	89	55	1,618

f Op den duur krijg je weer dezelfde verhouding $\frac{\text{lange zijde}}{\text{korte zijde}}$

Bladzijde 218

2 Neem bijvoorbeeld $A = 3$.

$$B = \frac{1}{3} + 1 = 1,333...$$

$$C = \frac{1}{1,333...} + 1 = 1,75$$

$$D = \frac{1}{1,75} + 1 = 1,571...$$

$$E = \frac{1}{1,571...} + 1 = 1,636...$$

$$F = \frac{1}{1,636...} + 1 = 1,611...$$

$$G = \frac{1}{1,611...} + 1 = 1,620...$$

$$H = \frac{1}{1,620...} + 1 = 1,617...$$

$$I = \frac{1}{1,617...} + 1 \approx 1,618$$

Je krijgt dezelfde benadering van ϕ , met welk getal je ook begint.

3 Neem bijvoorbeeld $A = 4$.

$$B = \sqrt{4 + 1} = 2,236...$$

$$C = \sqrt{2,236... + 1} = 1,798...$$

$$D = \sqrt{1,798... + 1} = 1,672...$$

$$E = \sqrt{1,672... + 1} = 1,634...$$

$$F = \sqrt{1,634... + 1} = 1,623...$$

$$G = \sqrt{1,623... + 1} = 1,619...$$

$$H = \sqrt{1,619... + 1} = 1,618...$$

$$I = \sqrt{1,618... + 1} \approx 1,618$$

Je krijgt dezelfde benadering van ϕ , met welk getal je ook begint.

4 $\phi^2 \approx 1,618^2 \approx 2,618$ en $\frac{1}{\phi} \approx \frac{1}{1,618} \approx 0,618$

Op grond van deze uitkomsten kun je vermoeden dat $\phi^2 = \phi + 1$ en $\frac{1}{\phi} = \phi - 1$.

5 a De rechthoeken zijn gelijkvormig, dus de verhouding $\frac{\text{lange zijde}}{\text{korte zijde}}$ bij de rechthoeken is gelijk. Bij de kleine rechthoek is de lange zijde x en de korte zijde 1. Bij de grote rechthoek is de lange zijde $x + 1$ en de korte zijde x .

Dus $\frac{x}{1} \mid \frac{x+1}{x}$ is een verhoudingstabel.

b Kruislings vermenigvuldigen bij de verhoudingstabel van vraag a geeft

$$x^2 = x + 1$$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$a = 1, b = -1 \text{ en } c = -1$$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot -1 = 5$$

$$x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \vee x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

Dus de exacte waarde van ϕ is $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

$$c \quad \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 = 2,618... \text{ en } \frac{1+\sqrt{5}}{2} + 1 = 2,618..., \text{ dus } \varphi^2 = \varphi + 1.$$

$$\frac{1}{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)} = 0,618... \text{ en } \frac{1+\sqrt{5}}{2} - 1 = 0,618..., \text{ dus } \frac{1}{\varphi} = \varphi - 1.$$

6 a $\varphi^4 = \varphi \cdot \varphi^3 = \varphi \cdot (2\varphi + 1) = 2\varphi^2 + \varphi = 2(\varphi + 1) + \varphi = 3\varphi + 2$
 $\varphi^5 = \varphi \cdot \varphi^4 = \varphi \cdot (3\varphi + 2) = 3\varphi^2 + 2\varphi = 3(\varphi + 1) + 2\varphi = 5\varphi + 3$
 $\varphi^6 = \varphi \cdot \varphi^5 = \varphi \cdot (5\varphi + 3) = 5\varphi^2 + 3\varphi = 5(\varphi + 1) + 3\varphi = 8\varphi + 5$
 b $\varphi^7 = 13\varphi + 8$ en $\varphi^8 = 21\varphi + 13$

7 a Deel bij $\varphi^2 = \varphi + 1$ linker- en rechterlid door φ . Dit geeft $\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi}$.
 Hieruit volgt $\varphi - 1 = \frac{1}{\varphi}$, oftewel $\frac{1}{\varphi} = \varphi - 1$.

b $\varphi^2 + \frac{1}{\varphi^2} = \varphi + 1 + \left(\frac{1}{\varphi}\right)^2 = \varphi + 1 + (\varphi - 1)^2 = \varphi + 1 + \varphi^2 - 2\varphi + 1 = \varphi + 1 + \varphi + 1 - 2\varphi + 1 = 3$

Bladzijde 219

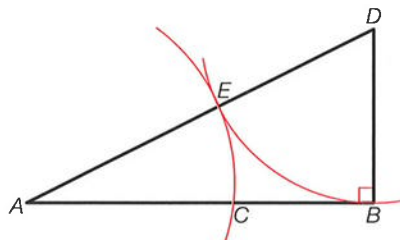
8 Stel $BC = 1$ en $AC = x$.
 Dan is $AB = x + 1$.

Nu is $\frac{x}{1} = \frac{x+1}{x}$ een verhoudingstabel.

In opgave 5 heb je gezien dat hieruit volgt dat $x = \varphi$.

Dus $\frac{AC}{BC} = \frac{x}{1} = \frac{\varphi}{1} = \varphi$ en $\frac{AB}{AC} = \frac{x+1}{x} = \frac{\varphi+1}{\varphi} = \frac{\varphi^2}{\varphi} = \varphi$.

- 9 a De constructie van figuur 5.64 gaat als volgt.
- Teken lijnstuk AB .
 - Teken een rechthoekige driehoek ABD met $BD = \frac{1}{2}AB$ en $\angle B = 90^\circ$.
 - Teken een cirkelboog met middelpunt D , door B . De boog snijdt AD in E .
 - Teken een cirkelboog met middelpunt A , door E . De boog snijdt AB in C .



- b Zie de figuur van vraag a.
 $AB = 2$, dus $BD = DE = 1$.
 $\angle B = 90^\circ$, dus $AD^2 = AB^2 + BD^2 = 4 + 1 = 5$, dus $AD = \sqrt{5}$.
 $AE = AD - DE = \sqrt{5} - 1$
 $AC = AE = \sqrt{5} - 1$ en $BC = AB - AC = 2 - (\sqrt{5} - 1) = 3 - \sqrt{5}$.
 $\frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{5} - 1}{3 - \sqrt{5}} = 1,618... = \varphi$, dus lijnstuk AB is met deze constructie volgens de gulden snede verdeeld.

c *

10 *

11 *